

**ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS PARA EL DESARROLLO DE
COMPETENCIAS GENÉRICAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
MATEMÁTICOS DE TIPO NUMÉRICO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES
DE GRADO NOVENO**

MAESTRIA EN EDUCACION



**DAIRO DAVID DÍAZ DÍAZ
JORGE ARMANDO PALOMINO VÉLEZ**

**DIRECTOR
JOSÉ CORTINA GUERRERO**

**SISTEMA UNIVERSITARIO ESTATAL
UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA**

2016

**ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS PARA EL DESARROLLO DE
COMPETENCIAS GENÉRICAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
MATEMÁTICOS DE TIPO NUMÉRICO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES
DE GRADO NOVENO**

AUTORES

DAIRO DAVID DÍAZ DÍAZ
JORGE ARMANDO PALOMINO VÉLEZ

Propuesta de investigación para optar al título de magíster en educación

SISTEMA UNIVERSITARIO ESTATAL
UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

2016

**ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS PARA EL DESARROLLO DE
COMPETENCIAS GENÉRICAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
MATEMÁTICOS DE TIPO NUMÉRICO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES
DE GRADO NOVENO**

DAIRO DAVID DÍAZ DÍAZ
JORGE ARMANDO PALOMINO VÉLEZ

DIRECTOR
JOSÉ CORTINA GUERRERO
Magister

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

SISTEMA UNIVERSITARIO ESTATAL
UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

2016

NOTA DE ACEPTACIÓN

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

AGRADECIMIENTOS

Los titulares de este proyecto agradecen:

Dairo D. Díaz Díaz.

Agradecimientos: Agradecido con Dios quien ha conducido mi vida a este punto, a mis padres, que me orientaron y no escatimaron esfuerzo para educarme en todos los aspectos; de manera especial a la familia Palomino Puentes, que en la fortaleza de la amistad, pero en el compromiso del trabajo y la responsabilidad fueron de gran apoyo a la realización del presente trabajo y por último pero más sentido y afectuoso sentido de gratitud a mi esposa Marilyn Ordosgoitia, que se ha convertido en apoyo mutuo y guía en la decisiones de este camino que es la vida.

Jorge Armando Palomino Vélez.

Agradezco primeramente a Dios, porque en el encontré la fortaleza y sabiduría necesaria para acompañar mi camino de éxitos A mi madre Lucy Vélez, que en su consejo encontré la fuerza para asumir con responsabilidad este gran compromiso en vida. A mi esposa Ivis Puentes por su paciencia y comprensión. A mis hijos, motor y guía para cada día ser mejor en beneficio de ellos. A mi asesor y maestros de la maestría que con su conocimiento abonaron el camino para la realización de este logro. En orden se mencionan de último pero estuvo presente en cada paso de este proceso A mi compadre y amigo Dairo Díaz y Marilyn su amada por ser coequiperos en todo este proceso.

DEDICATORIAS

Dedicamos este logro a Dios, a los docentes de pre grado y de la Maestría que nos impartieron clases, a compañeros y amigos, a los directivos y estudiantes de las instituciones educativas Aguas Negras y San José de Majagual y a ti lector por estar motivado a seguir investigando en mejora de los proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

CONTENIDO

	Pág.
Resumen	14
Abstract	15
Introducción	16
Rae	18
Capítulo I	21
1.1 Planteamiento y descripción del problema	21
1.2 Formulación del Problema	30
1.3 Justificación	30
1.4 Objetivos	34
1.4.1 Objetivo General	34
1.4.2 Objetivos Específicos	34
2. Capítulo II:	35
2. Marco Teórico	35
2.1 Antecedentes	35
2.1.1 Una mirada al aprendizaje de las Matemáticas y a la educación por competencias en el área: Una mirada retrospectiva a experiencias educativas.	36
2.1.2 Estudios en el campo de estrategias metacognitivas: Implicaciones, retos y Miradas Críticas.	38
2.1.3 Estudios que relacionan el desarrollo de competencias Matemáticas y Las Estrategias Metacognitivas.	42
2.2 Marco Conceptual.	47
2.2.1 Teorías del Aprendizaje y Procesos cognitivos: Aproximación Conceptual a los Fundamentos Teóricos del Aprendizaje.	47
2.2.2 Metacognición: planificar, controlar y evaluar el desarrollo del aprendizaje.	52
2.2.3 Estrategias Metacognitivas.	55
2.2.4 Métodos de enseñanza de las estrategias cognitivas y metacognitivas.	64
2.2.5 Trabajo cooperativo: Consolidando una estrategia de Intervención Metacognitiva.	69
2.2.6 Didácticas de las Matemáticas: Un lenguaje asequible para formar estructuras abstractas.	72

2.2.7 Didácticas de Las Matemáticas.	76
2.2.8 Pensamiento y Competencias de las Matemáticas.	79
2.2.9 Resolución de problemas desde las matemáticas escolares.	83
3. Capitulo III	89
3.1 Contextualización.	89
3.2 Diseño Metodológico.	90
3.3 Población y Muestra.	98
3.3.1 Población.	98
3.3.2 Muestra.	99
3.4 Variables de Estudio.	100
3.4.1 Esquema de Variables.	100
3.4.2 Variable Independiente.	101
3.4.3 Variable Dependiente.	101
3.5 Operacionalización de Variables.	102
3.5.1 Variable Dependiente.	102
3.6 Instrumentos.	104
3.7 Estrategia Metodológica/Plan de Intervención.	105
3.7.1 Fase 1: Preliminares.	106
3.7.2 Fase 2: Instrucción Directa en Metacognición.	107
3.7.3 Fase 3: Protocolo Finalización de Clases.	107
3.7.4 Fase 4. Modelo Metacognitivo (Mateos, 2001).	110
3.7.5 Fase 5. Trabajo Cooperativo.	110
3.7.6 Fase Final Aplicación Post-Test de Matemáticas.	110
3.8 Sistema de Hipótesis.	111
3.8.1 Hipótesis General.	111
3.8.2 Hipótesis Estadísticas.	111
3.8.3 Contraste 1.	111
3.8.4 Contraste 2.	112
3.8.5 Contraste 3.	112
3.8.6 Contraste 4.	113
3.9 Descripción del Plan de Intervención.	113
4. Capitulo IV: Resultados	116
4.1 Análisis Estadístico e Interpretación de los Resultados de la Investigación.	116
4.1.1 Análisis Contraste 1.	119

4.1.2 Análisis Contraste 2.	120
4.1.3 Análisis Contraste 3.	123
4.1.4 Análisis Contraste 4.	125
4.1.5 Sensibilidad del Tratamiento.	127
4.1.6 Análisis Contraste 5.	127
4.1.7 Análisis Contraste 6.	129
4.1.8 Análisis Contraste 7.	130
4.1.9 Análisis Cualitativo.	131
5. Capítulo V: Discusión y Conclusión	133
5.1 Discusión.	133
5.2 Conclusiones.	138
6. Recomendaciones	140
7. Limitaciones	141
8. Bibliografía	142
Anexos	147

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Conocimientos en la Prueba de Matemáticas (ICFES, 2013).	82
Tabla 2. Distribución de grupos para en la aplicación del diseño cuasi experimental pre post.	94
Tabla 3. Asignación de los pre test, post test y tratamiento los grupos de muestra.	97
Tabla 4. Perfil docente.	100
Tabla 5. Operacionalización variable dependiente en el pilotaje.	104
Tabla 6. Operacionalización variable dependiente.	105
Tabla 7. Tabla de codificación de Momentos y Grupos.	116
Tabla 8. Prueba de normalidad prueba de matemáticas.	117
Tabla 9. Estadísticos de prueba ^a	118
Tabla 10. Contrastes para el análisis del tratamiento.	118
Tabla 11. Prueba t de muestras emparejadas 9°1	119
Tabla 12. Prueba t de muestras independientes.	121
Tabla 13. Análisis estadístico contraste 3.	124
Tabla 14. Estadístico contraste 4.	126
Tabla 15. Contraste sensibilidad del tratamiento.	127
Tabla 16. Prueba t de muestras independientes.	128
Tabla 17. Prueba t de muestras independientes.	129
Tabla 18. Estadístico contraste 7.	130

LISTA DE CUADROS

	Pág.
Cuadro 1. Cuadro comparativo de estudiantes de grado noveno por EE.	99
Cuadro 2. Descripción demográfica.	99
Cuadro 3. Niveles de desempeño ICFES 2013.	103
Cuadro 4. Fases de la intervención.	106
Cuadro 5. Protocolo de finalización de clases.	109

LISTA DE GRÁFICOS

	Pág.
Gráfico 1. Resultados Pruebas SABER Grado Noveno Matemáticas.	21
Gráfico 2. Resultados SABER 9° AÑO 2013-2015 IE Aguas Negras.	22
Gráfico 3. Resultados Saber 9° año 2013-2015 IE San José.	22
Gráfico 4. Resultados: País/Entidad Territorial/IE Aguas Negras.	23
Gráfico 5. Resultados: País/Entidad Territorial/IE San José de Majagual.	24
Gráfico 6. Didáctica de Las Matemáticas.	78
Gráfico 7. Esquema de Variables.	101
Gráfico 8. Contraste 1.	120
Gráfico 9. Contraste 2.	122
Gráfico 10. Contraste 3.	125
Gráfico 11. Contrastes 4.	126

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Mafalda.	25
Figura 2. Triangulo de la didáctica de las matemáticas	77
Figura 3. Características de la investigación básica y aplicada.	91

RESUMEN

El presente estudio tiene como objetivo “Evaluar las implicaciones que tiene un plan de intervención que favorece el uso de estrategias metacognitivas; en el desarrollo de competencias genéricas de las matemáticas en los estudiantes de grado noveno de la institución educativa Aguas Negras de Montería y San José de Majagual Sucre”, para ello se implementa un estudio cuasi experimental con diseño de grupo control no equivalente.

La población objeto de estudio está conformada por lo estudiantes de grado noveno de las instituciones educativas Aguas Negras de Montería y San José de Majagual Sucre, se tomó una muestra de 127 estudiantes 70 de Aguas Negras y 57 de la IE San José de Majagual Sucre.

La intervención se realizó a través de 6 fases a saber: **fase 1 Preliminares:** Aplicación pre-test de matemáticas; **fase 2:** Instrucción directa en metacognición, **fase 3:** Protocolo finalización de clases (pregunta metacognitiva) **fase 4:** Modelo metacognitivo desde la disciplina, **fase 5:** Trabajo cooperativo y **fase 6:** Aplicación de post-test, posteriormente se realizó un análisis estadístico de los resultados, a fin de dar respuesta a nuestra pregunta investigativa, encontrándose que: 1. El trabajo con estrategias metacognitivas produce mejoras estadísticamente significativas en los procesos de enseñanzas de competencias genéricas para la solución de situaciones problemas de las matemáticas. 2. La organización sistemática del proceso de aprendizaje, pensado en enseñar a pensar a partir de la instrucción directa en metacognición, modelado metacognitivo desde la disciplina, la pregunta metacognitiva y trabajo cooperativo influye de manera positiva en la resolución de problemas matemáticos de razonamiento cuantitativo. 3. Las estrategias metacognitivas y estrategias del pensamiento cuenta con un sustento teórico conceptual fuerte que invita al docente al proceso de transposición didáctica en el área de las matemáticas en pro de la creación de secuencias didácticas de aprendizaje que le permita al niño transferir sus conocimientos a problemas de la vida diaria (competencias para la vida)

ABSTRACT

The study aims to "Evaluate the implications of an intervention plan that favors the use of metacognitive strategies; in the development of generic competences of mathematics by ninth graders students at Aguas Negras School in Monteria and San José de Majagual Sucre school." For this, a Quasi-experimental with equivalent control group

The study population is made up of ninth graders students from the Aguas Negras in Montería and San José de Majagual-Sucre educational schools. A sample of 127 students from Aguas Negras and 57 from San José de Majagual School was taken.

The intervention was carried out through 6 phases namely: phase 1 Preliminaries: pre-test application of mathematics.

Phase 2: direct instruction in metacognition, phase 3: end of classes protocol (metacognitive question) phase 4: metacognitive model since the discipline, phase 5: cooperative work and phase 6: post-test application, later a statistical analysis of the results to test the hypothesis, finding that:

1. Working with Metacognitive strategies produces statistically significant improvements in the processes of teaching generic competences to solve problems in mathematics.
2. The systematic organization of the learning process, thought teaching to think from the direct instruction in metacognition, metacognitive modeling from the discipline, the metacognitive question and cooperative work influences in a positive way in the resolution of mathematical problems of quantitative reasoning.
3. The metacognitive strategies and strategies of thought have a strong conceptual theoretical support that invites the teacher to the process of didactic transposition in the area of mathematics for the creation of didactic learning sequences that allows the child to transfer their knowledge to Problems of daily life (life skills)

INTRODUCCIÓN

Mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas es el motivo que inspira la realización del presente trabajo de investigación. Para ello, se ejecuta un dispositivo de intervención pedagógica, basada en la Metacognición como elemento didáctico que potencialice el desarrollo de competencias genéricas en matemáticas.

En años recientes psicólogos y educadores matemáticos ha empezado a estudiar el rol de la metacognición en tareas matemática. Ellos están convencidos que lo que una persona sabe o cree acerca de su habilidad para aprender o hacer matemáticas y como controla y regula su propia conducta mientras realiza tareas matemáticas, puede tener poderosos efectos en el propio desempeño de la disciplina. Garáfalo y Lester 1985, Kilpatrick 1984, Schoenfeld 1988 (citado por Cofre y Tapia, 1995, p.22).

El conocimiento que una persona posee respecto de su propia capacidad de trabajo en matemáticas, incluye conocer sus debilidades y puntos fuertes, su conducta típica en las resolución de tareas matemáticas y el repertorio de tácticas y estrategias que permitan mejorar su desempeño en la disciplina... se agregan también los conocimientos y creencias acerca de qué aspectos de la matemática pueden influir en su desempeño. (p22).

En este sentido se entiende por "Metacognición a la capacidad que tenemos las personas de autorregular nuestro propio aprendizaje, es decir de planificar qué estrategias se han de utilizar en cada situación(de aprendizaje), aplicarlas, controlar el proceso, evaluarlo para detectar posibles fallos, y como consecuencia, transferir todo ello a una nueva acción o situación de aprendizaje" (Burón, J. 1996).

La tradición matemática se empeña en dar más importancia a los resultados, dominio de algoritmos y matematización de situaciones problemas cotidianas y no cotidianas que a los procesos mentales del estudiantes, es decir en muchos casos no se tiene en cuenta la forma como el estudiante aborda un ejercicio, o la estructura que desarrolla al momento de resolverlos; ósea si el estudiante tiene conciencia de lo que sabe y sobre la manera de cómo lo sabe. En este sentido

se puede afirmar que los elementos cognitivos que intervienen en el aprendizaje de las matemáticas no se han tenido en cuenta.

Expertos en educación matemática han generado tendencia, al presentar trabajos desde la perspectiva cognitiva, relacionados con los procesos mentales desarrollados por los aprendices al momento de resolver problemas matemáticos, entre esta se resaltan las de Riviere y Casajús (Citado por Troncoso, 2013). En estas propuestas se defiende el argumento de empoderar al estudiante de su proceso de aprendizaje y esto se logra al desarrollar la competencia de aprender a aprender en el estudiante de matemáticas, lo cual significa dar a conocer estrategia y habilidades metacognitivas a los estudiantes en los espacios donde se enseña y aprende matemáticas.

En la presente propuesta de investigación, se indaga sobre la relación entre la metacognición y el aprendizaje de las matemáticas y sobre los efectos de un plan de intervención basado en el dominio de estrategias metacognitivas para desarrollo de competencias genéricas de las matemáticas de estudiante de grado noveno. Una vez ejecutado el plan de intervención y evidenciado los hallazgos investigativos frente a la luz de los teórico inferir las conjeturas propias de nuestra investigación.

Por lo anteriormente mencionado y a fin de presentar un tratamiento acorde a nuestra intención investigativa, se especificarán 7 capítulos de trabajo estructurados de la siguiente forma: **capítulo 1:** Descripción y planteamiento del problema, **capítulo 2:** Bases teórico-conceptuales, **capítulo 3** Proceso metodológico y plan de intervención, **capítulo 4:** Análisis de resultados **capítulo 5:** Discusión y conclusiones, **capítulo6:** Recomendaciones, **capítulo 7:** Limitaciones.

R.A.E**RESUMEN ANALÍTICO ESPECIALIZADO**

Título: Estrategias metacognitivas para el desarrollo de competencias genéricas en la resolución de problemas matemáticos de tipo numérico variacional en estudiantes de grado noveno.

Autores: DAIRO DAVID DIAZ DIAZ, dairdiaz@gmail.com ; JORGE ARMANDO PALOMINO VÉLEZ, palo-mino@hotmail.com.

Edición: Universidad de Córdoba, Maestría en educación SUE-CARIBE.

Fecha: 28 de noviembre del 2016.

Palabras Claves: Metacognición, estrategias metacognitivas, competencias matemáticas, razonamiento cuantitativo.

Descripción: Trabajo de grado para optar a título de magister en educación.

Fuentes: Los autores presentan 73 referencias relacionadas con las estrategias metacognitivas y el desarrollo de competencias genéricas en matemáticas.

Metodología: Se aplicó un diseño cuasi-experimental con grupo control no equivalente, dos grupo con prueba pre y post test y dos grupos solamente con post test.

Autor del RAE: DAIRO DAVID DÍAZ DÍAZ, dairdiaz@gmail.com ; JORGE ARMANDO PALOMINO VÉLEZ, palo-mino@hotmail.com.

Contenidos: El documento inicia con una introducción donde se muestra la tesis “que lo que una persona sabe o cree acerca de su habilidad para aprender o hacer matemáticas y como controla y regula su propia conducta mientras realiza tareas matemáticas, puede tener poderosos efectos en el propio desempeño de la disciplina (Garáfalo, 1985) y cómo la estrategias metacognitivas cumplen las condiciones para hacer realidad dicha tesis en pro de dar respuesta a la pregunta investigativa ¿Cuáles son las implicaciones que tiene en el desarrollo de competencias genéricas de las matemáticas el aplicar un plan de intervención que favorece el uso de estrategias metacognitivas; en los estudiantes de grado noveno de la institución educativa Aguas Negras de Montería y San José de Majagual Sucre?.

A fin de dar un tratamiento adecuado al interrogante de investigación el informe final se organiza en 7 capítulos estructurados de la siguiente forma: capítulo 1: Descripción y planteamiento del problema, capítulo 2: Bases teórico-conceptuales. En este capítulo se establecen tres categorías: I. Una mirada al aprendizaje de las matemáticas y a la educación por competencias en el área: una mirada retrospectiva a experiencias educativas, II. Estudios en el campo de estrategias metacognitivas: implicaciones, retos y miradas críticas y III. Estudios que relacionan el desarrollo de competencias matemáticas y las estrategias metacognitivas con el fin

de establecer un mejor análisis de los referentes teóricos conceptuales de las variables de estudio de la presente propuesta de investigación.

En el capítulo 3 titulado Proceso metodológico y plan de intervención. Se caracteriza la población objeto de estudio, se menciona que la población objeto de estudio estuvo conformada por los estudiantes de grado noveno de las instituciones educativas Aguas Negras de Montería y San José de Majagual Sucre, se tomó una muestra de 127 estudiantes 70 de Aguas Negras y 57 de la IE San José de Majagual Sucre. se aplicó un diseño cuasi-experimental con grupo control no equivalente. Los grupos experimentales pertenecen a la Institución Educativa Aguas Negras y los grupos control a la Institución Educativa San José, además se describe el plan de intervención, el cual se realizó a través de 6 fases a saber: fase 1 Preliminares: Aplicación pre-test de matemáticas; fase 2: Instrucción directa en metacognición, fase 3: Protocolo finalización de clases (pregunta metacognitiva) fase 4: Modelo metacognitivo desde la disciplina, fase 5: Trabajo cooperativo y fase 6: Aplicación de post-test.

Capítulo 4: Análisis de resultados: en este capítulo se presenta un análisis estadístico y cualitativo de los resultados a partir del Análisis de 7 contrastes que se presentan al comparar los diferentes momentos de aplicación del pre test y postes de la prueba de matemáticas. Este análisis permite apuntar que el diseño de 4 grupos realizado en el estudio con dos grupos control no equivalentes y dos experimentales de los cuales un control y un experimental tienen pre y post test y el otro control y experimental solo medida post test, puede ser arriesgado en cuanto que, los grupos controles y experimental no pertenecen a la misma institución. Sin embargo en la intención y análisis de los contrastes del 1 al 7 podemos decir, que se han cumplido las exigencias para que este tipo de diseños tengan validez. Por un lado, no han existido diferencias significativas entre los dos grupos que aplicaron el pre test, aunque sí en el post test. El grupo experimental generó diferencias significativas entre el pre test y post test (contraste 1), el grupo control no, además al analizar los resultados en la prueba post test del grupo experimental y grupo control que NO realizaron pre test se encontró que existen diferencias significativas a favor del experimental, en los contrastes 6 y 7 se encuentra evidencia estadística que insinúa que el pre test no influyó sobre los resultados del post test, mostrándose así un estudio cuidadoso a favor de la validez interna del tratamiento, de igual forma los contrastes 5, 6 y 7, se infiere que se cuenta con evidencia estadística que sugiere que el tratamiento surgió un efecto positivo en los grupos experimentales. En cuanto al análisis cualitativo del proceso de intervención se observó que algunos estudiantes presentaron variaciones frente a sus rutinas de clases esto es: Se dan a la tarea de verificar los procesos realizados al momento de dar respuesta a una situación problema, conducta que no realizaban con anterioridad al igual que existía un compromiso de dar razones por los métodos empleados mostrando interés por dar a conocer su punto de vista más que buscar la aprobación del docente. Para finalizar la estructura del informe se presentan los capítulos 5: Discusión y conclusiones, capítulo 6: Recomendaciones y capítulo 7: Limitaciones.

CONCLUSIONES

Tal y como expusimos en la introducción, nuestro estudio se realizó bajo un diseño cuasi experimental de grupo control no equivalente, en donde los controles pertenecen a un establecimiento educativo diferentes al de los experimentales, este diseño ofrece riesgos en cuanto a su validez interna que los investigadores han sorteado a fin de garantizar la veracidad del estudio, pese a esto las particularidades de este estudio en cuanto a su diseño sugiere otra

serie restricciones que aumenten el control de las variables extrañas como son el contexto de las instituciones si se desea replicar, sin embargo los resultados encontrados coinciden con otras investigaciones (Iriarte y Sierra (2011); Troncozo (2013); Riviere (1990); Casajús (2005); Curotto (2010); López (2004); Das, Kar y Parrila (1998); Garáfalo y Lester (1985); Kilpatrick (1984); Schoenfeld (1988) y otros) que pusieron de manifiesto la mejora en el desarrollo de competencias en matemáticas a partir del diseño de un plan de intervención basado en estrategias metacognitivas lo cual sugiere una tendencia positiva en cuanto a la relación de las variables de estudio y al trato de los investigadores al diseño empleado.

La intervención con estrategias metacognitivas produce mejoras estadísticamente significativas en los procesos de aprendizaje de competencias genéricas para la solución de situaciones problemas de tipo numérico variacional.

La organización sistemática del proceso de aprendizaje basado en enseñar a pensar a partir de: la instrucción directa en metacognición, modelado metacognitivo, la pregunta metacognitiva (protocolo de finalización de clases) y trabajo cooperativo influye de manera positiva en el aprendizaje del estudiante en la competencia genérica para la resolución de problemas matemáticos.

1. CAPÍTULO I

1.1 Planteamiento y descripción del problema

El diseño de estrategias, ambientes y didácticas específicas, para la enseñanza de las matemáticas, han sido el núcleo de trabajo de los educadores matemáticos de la última década, generándose una sinergia que invita a buscar mejoras de los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas con el objetivo de elevar la calidad del aprendizaje de esta asignatura.

Por otro lado, los procesos de investigación en el área de las matemáticas escolares en básica primaria, secundaria y media señalan un bajo rendimiento en el desarrollo de las competencias específicas de esta disciplina, evidencia de ello en el contexto colombiano, son los bajos resultados obtenidos en pruebas saber 3°, 5°, 9° y 11 (Gráfico 1) y pruebas Pisa¹.

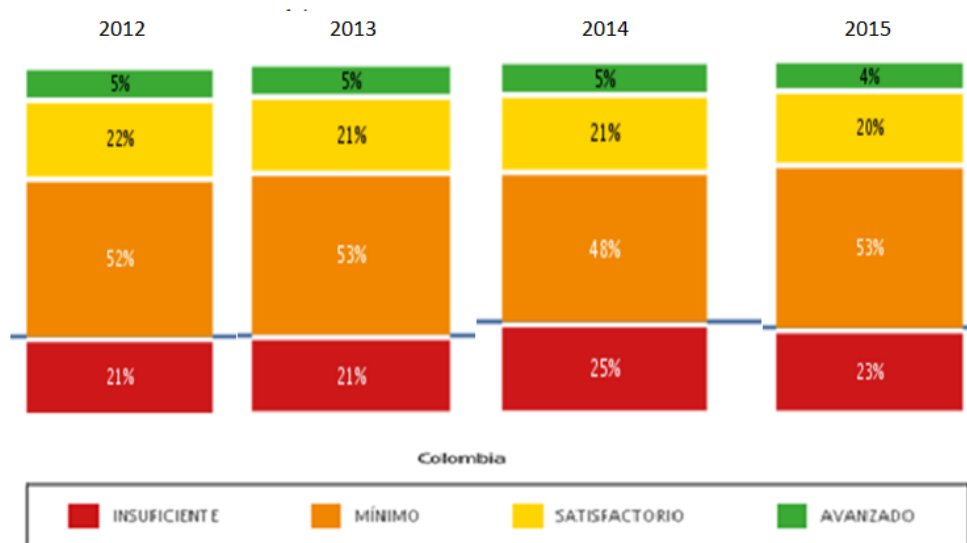


Gráfico 1. Resultados Pruebas SABER Grado Noveno Matemáticas.

Fuente: Gráfico elaborado por los investigadores a partir de los resultados de la Prueba SABER ICFES noveno, desde el 2012 hasta el 2015 en el área de matemáticas.

¹El Programa PISA de la OCDE investiga y compara el desempeño de las escuelas y los sistemas educativos alrededor del mundo. Lo hace evaluando a estudiantes de 15 años en tres grandes áreas del conocimiento - matemáticas, lectura y ciencia. Actualmente, más de 70 economías alrededor del mundo participan en PISA. Las evaluaciones se realizan cada 3 años y en cada oportunidad el tema central de la misma es cada una de estas áreas. En 2012, fueron las matemáticas. Temas especiales enfocados en resolución creativa de problemas y educación financiera.

En el gráfico se observa que desde el 2012 al 2015 los niveles de insuficiencia son crecientes, a diferencia a la reducción que tiene años tras años los de nivel avanzado, solamente el nivel mínimo evidencia una leve mejoría en sus porcentajes.

Las Instituciones Educativas San José de Majagual Sucre y Aguas Negras de la Vereda Aguas Negras de Montería no son ajenas a esta realidad y pese a que ha mostrado mínimas mejorías en sus pruebas saber 2012-2015 la realidad de los grados novenos, muestra bajos desempeños en el área de matemáticas (Gráfico 2 y Gráfico 3).

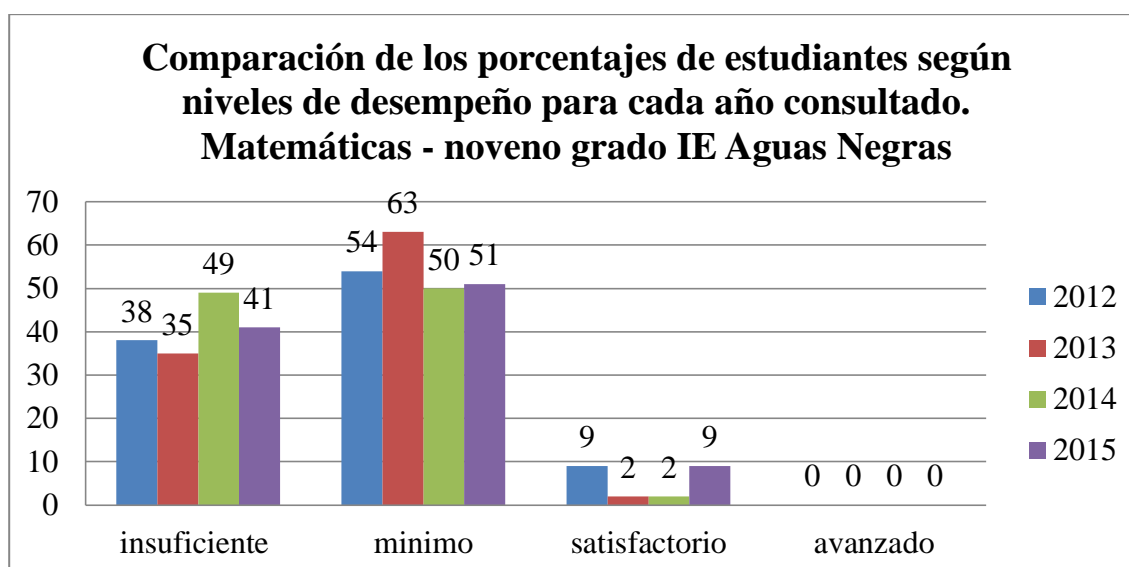


Gráfico 2. Resultados SABER 9º AÑO 2013-2015 IE Aguas Negras.

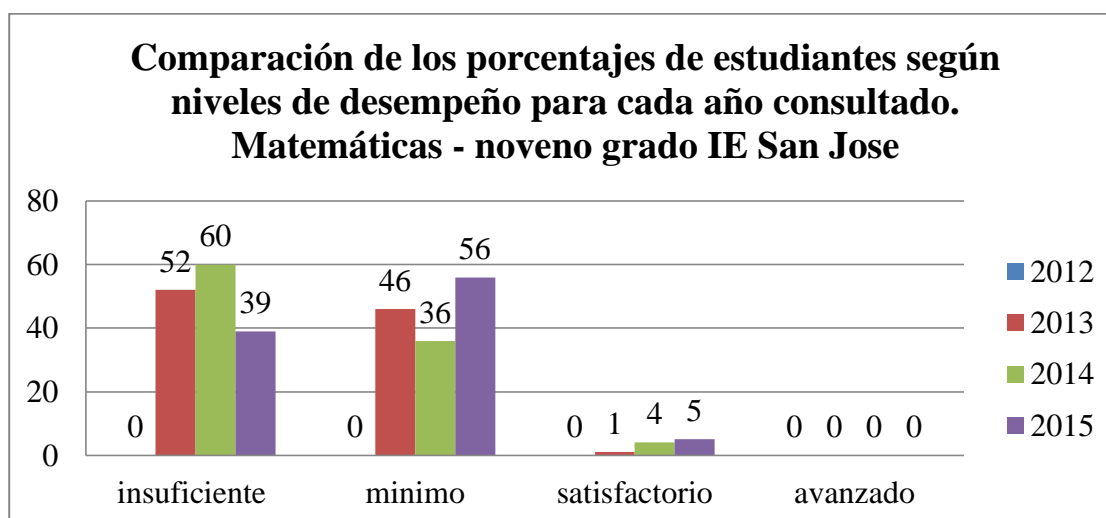


Gráfico 3. Resultados Saber 9º año 2013-2015 IE San José.

En lo gráficos se muestra que desde 2012 hasta 2015, las distribuciones porcentuales en los grados noveno de las instituciones educativas san José del municipio de Majagual Sucre y Aguas Negras del municipio de Montería no han presentado estudiantes en el nivel avanzado, en el nivel satisfactorio la tendencia es a mejorar, aumentado en número de niños en este nivel y en el nivel mínimo ambas instituciones mostraron mejorías en el 2014 pero en el 2015 el porcentaje de estudiantes en este nivel aumento.

Al realizar un comparativo de las instituciones con la entidad territorial certificada y el panorama nacional (Gráfico 4 y Gráfico 5) se encuentra que la tendencia de ambas instituciones es similar en términos de desempeño de los estudiantes además se corrobora lo mostrado en los gráficos 2 y 3 en relación al bajo desempeño de los estudiantes en la prueba de matemáticas de grado noveno.

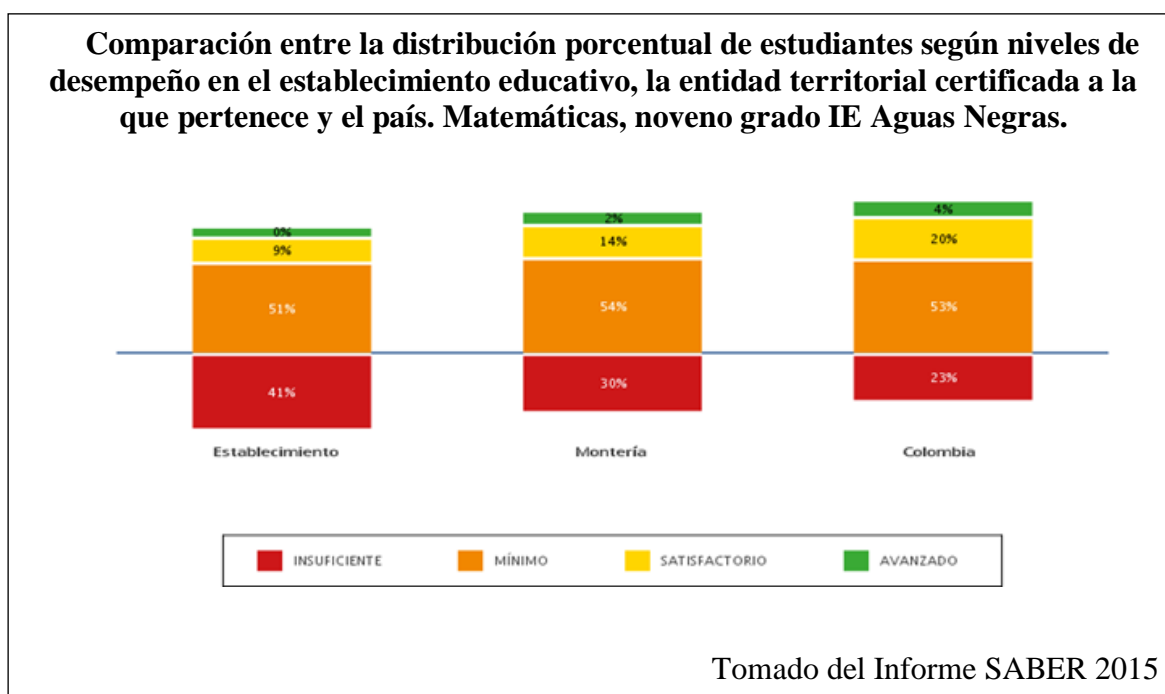


Gráfico 4. Resultados: País/Entidad Territorial/IE Aguas Negras.

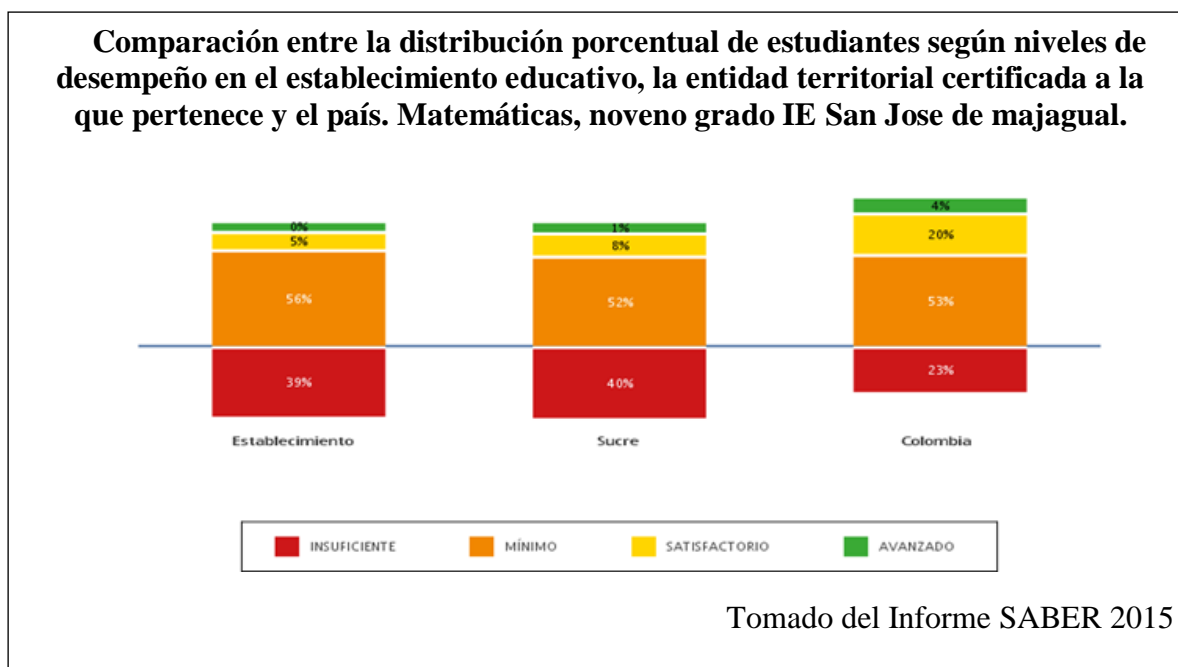


Gráfico 5. Resultados: País/Entidad Territorial/IE San José de Majagual.

Resulta interesante analizar que ambas instituciones desarrollan en un gran porcentaje en el área de matemáticas los mismos contenidos y procesos curriculares, ya que deben ceñirse a los referentes de calidad que da el MEN (estándares básicos de competencias, derechos básicos de aprendizaje, matrices de referencia, lineamientos curriculares de matemáticas, entre otros) y aunque sus docentes son diferentes, los resultados que muestra las gráficas N° 4 y N° 5 son similares. Cabe entonces reflexionar ¿Qué situación desde lo pedagógico, pudieran afectar positivamente el desempeño de los estudiantes de grado noveno en el área de matemáticas?

Estos resultados dan evidencia que pese a que se ha trabajado en propuesta de investigación para mejorar los procesos de aprendizaje y enseñanza en el área, las debilidades aún persisten, en este sentido especialista de la disciplina (Schöenfeld, 1985; Gascón, 2001; Peralta, 2005) señalan que las instituciones educativas parecen mostrar a los alumnos una matemática completamente separada en ramas (se enseñan contenidos puntuales), alejada de la realidad y poco útil para el estudio de ella misma y de otras disciplinas. Por lo tanto, se dificulta enormemente la utilización de estrategias complejas de resolución de problemas. (Figura 1)



Figura1. Mafalda.

Tomado de http://www.catedu.es/matematicas_mundo/HUMOR/humor10_Gráfico_quino.htm

La Figura de Mafalda ilustra la incoherencia que se percibe desde la cotidianidad de las matemáticas y las situaciones a la cual se enfrenta el niño en el colegio al encontrar una matemática descontextualizada.

En este sentido, Schöenfeld (1985) explicita que esta ausencia de articulación entre los conocimientos, herencia de la práctica tradicional, descompone el saber matemático en pequeñas porciones y asigna a los estudiantes un papel pasivo en la construcción y utilización de los métodos de resolución de problemas, papel que no favorece el desarrollo construcciones integradas de conocimiento.

El instituto Colombia no para el fomento de la educación superior ICFES, consciente de esta realidad en el 2013elabora el documento Alineación de Las Pruebas SABER², que posibilita un hilo conductor a través de los diferentes niveles educativos que manejan las instituciones, desde la primaria con las diferentes pruebas saber hasta la educación superior con las pruebas

² Por “alinear” el examen se entiende, en pocas palabras, modificar su estructura de manera que los resultados que arroje sean directamente comparables con los de los otros exámenes del SNEE: SABER 3°, SABER 5°, SABER 9° y SABER PRO. Esta alineación puede conseguirse mediante una reestructuración en torno a la evaluación de competencias genéricas. Se propone, en primer lugar, introducir una prueba de Competencias Ciudadanas. En segundo lugar, distinguir en la prueba de Matemáticas entre lo que es genérico y lo que no lo es. Y, finalmente, fusionar diferentes pruebas en torno a las competencias genéricas que evalúan en común: Lenguaje y Filosofía se fusionarían en una prueba de Lectura Crítica; Física, Química y Biología se fusionarían en una prueba de Ciencias Naturales (que incluiría un el componente de Ciencia, Tecnología y Sociedad establecido en los Estándares); y las competencias ciudadanas se evaluarían a través de una prueba de Sociales y Ciudadanas.

saber Pro. Este conjunto de pruebas se le conoce con el nombre de sistema nacional de evaluación estandarizada de la educación (SNEE).

Actualmente, el Ministerio de Educación Nacional Colombiano (MEN) concibe el objetivo de la educación como el desarrollo de determinadas competencias y en consecuencia, a estas, como el objeto de la evaluación. Dentro de las diferentes competencias que pueden desarrollarse a lo largo del proceso educativo hay una categoría que merece especial atención: la de las competencias genéricas, entendidas como aquellas que resultan indispensables para el desempeño social, laboral y cívico de todo ciudadano, independientemente de su oficio o profesión. Contrastan con las competencias (no-genéricas) propias de oficios o actividades laborales particulares, que resultan de un entrenamiento especializado. Por esa razón, las competencias genéricas han sido catalogadas como *competencias para la vida...*" (ICFES, 2013, p 11)³.

Estas competencias genéricas y no genéricas son la base de la alineación propuestas por el ICFES, en matemáticas aquellos contenidos que son de carácter genérico se designan como razonamiento cuantitativo y se define como:

Aquellas habilidades matemáticas con las que todo ciudadano debería contar, independientemente de su profesión u oficio, para poder desempeñarse adecuadamente en contextos cotidianos (...) Al hablar de razonamiento cuantitativo se hace referencia a un conjunto de competencias que resultan de un entrenamiento en algunas áreas de las matemáticas, y a la manera de aplicar esas matemáticas en contextos prácticos. Mientras que las preguntas de carácter no-genérico pueden plantear situaciones abstractas, propias de la matemática como disciplina. (p 59).

Lo señalado anteriormente se cita con el fin de dar a conocer el trabajo realizado por el ICFES con el propósito de brindar orientaciones pedagógicas para el trabajo por competencias dentro del aula y frente al prueba saber ICFES, sin embargo se percibe en el desarrollo de las clases d matemáticas de las instituciones mencionadas que predominan las prácticas tradicionales de desarrollo de contenido en clases, evidencia de ello son los planes de clases y las actividades de ejercitación centradas más en el algoritmo que en la comprensión matemática.

³ Tomado de documento Alineación examen Saber 11del MEN / Bogotá, D.C., diciembre de 2013.

Por otra parte, en el último siglo los proyectos de investigación en educación matemática se han diseñado en pro de enriquecer los ambientes de aprendizaje de esta área, alcanzando grandes logros, pero como lo manifiesta (Calvo, 2008), los estudiantes aprenden a resolver operaciones mecánicamente y no son capaces de aplicarlos a la situaciones problemas. Prueba de ello es que el estudiante al resolver situaciones problemas, no comprueba la respuesta y en ocasiones no se sorprenden al encontrar incoherencias en el proceso de resolución.

La tradición matemática se empeña en dar mucha importancia en los resultados, dominio de algoritmos y matematización de situaciones problemas cotidianas y no cotidianas; en muchos casos no se tiene en cuenta la forma como el estudiante aborda un ejercicio, o la estructura que activa al momento de resolverlos; es decir si el estudiante no tiene conciencia de lo que sabe, de cuándo y cómo usar dicho saber. En este sentido se puede afirmar que los elementos cognitivos que intervienen en el aprendizaje de las matemáticas no se han tenido en cuenta suficientemente.

Riviere (1990) y Casajús (2005), en contraposición de la enseñanza tradicional han presentado trabajos desde la perspectiva cognitiva, relacionados con los procesos mentales desarrollados al momento de resolver ejercicios o problemas matemáticos. La perspectiva cognitiva estudia las operaciones, procesos o estrategias que realiza el sujeto cuando aprende, es decir, cuando adquiere, organiza, elabora y recupera conocimientos, o lo que es lo mismo el dominio de estrategias cognitivas y metacognitivas.

Brown (1987), define las estrategias cognitivas y metacognitivas como “aquellas que intervienen en la regulación y control de la actividad cognitiva del individuo, optimizando los recursos cognitivos disponibles”; destaca tres principales: la planificación, la regulación y la evaluación. En este orden de ideas se observa coherencia en lo manifestado por Curotto (2010), el uso de estrategias metacognitivas fomenta la reflexión sobre el proceso de aprendizaje de la matemática.

Otro aspecto, descriptor de la problemática abordada es que dentro del sector educativo ha pesado la idea que “la matemática no es para todo el mundo” solamente para algunos pocos y que su aprendizaje es casi por predisposición genética de quien la aprende. Además, es necesario

anotar que así como aceptan de manera natural la adquisición del conocimiento matemático, también aceptan con el mismo ímpetu la idea de que estudiantes no tan buenos en matemáticas tampoco lo serán en otras áreas del conocimiento y tachan a este grupo de estudiantes como “los malos del salón” esta “etiqueta” educativa suele tener la facultad de aceptarse implícitamente, volverse cotidiana a tal punto que la sensibilidad al hecho “anormal” desaparece, se convierte en indiferencia y aceptación, es decir, en palabras de Pablo Gentile.

“la exclusión se vuelve invisible a los ojos de quien enseña” La exclusión se normaliza, al hacerlo, se naturaliza. Desaparece como “problema” para volverse sólo un “dato”. Un dato que, en su trivialidad, nos acostumbra a su presencia. Dato que nos produce una indignación tan efímera como lo es el recuerdo de la estadística que informa el porcentaje de individuos que viven por debajo de la “línea de pobreza”. (Gentilli, 2013, p 4).

Ahora bien, que queda por decir del segregado o más bien que puede decir el mismo de él. El estudiante permanece pasivo frente a una situación dañina para su formación como persona y aprende a creer que esa es su realidad, impávido e indefenso frente a una situación en la cual no tiene ningún control. Desde la psicología esta conducta se conoce como **desesperanza aprendida** (Martin Seligman, 1975).

La función metacognitiva da forma, regula las rutinas y estrategias cognitivas También, muchas estrategias cognitivas son útiles para proporcionar los medios necesarios para controlar el éxito de los esfuerzos del estudiante (Baker, 1991). Esto significa que proporcionar a los alumnos los medios para desarrollar estrategias metacognitivas, permite también considerar aspectos cognitivos del aprendizaje y de su personalidad dado que al ser consciente de lo que sabe y de lo que es capaz, el estudiante se puede empoderar de su posición y rol dentro del salón de clases a “partir de la identificación de las propias dificultades durante el aprendizaje y su explicitación como problema y de la autoevaluación” (Campanario y otros, 2000).

En conversaciones con los docentes de matemáticas de grado noveno de las instituciones educativas Aguas Negras del municipio de Montearía y San José de Majagua Sucre, se encuentra que situaciones como la desesperanza aprendida, la segregación por los desempeños en el área, la apatía de los estudiantes frente al área de las matemáticas y por su aplicación en contextos

cotidianos es casi qué general. Los docentes manifiestan que a los estudiantes se les dificulta poder modelar situaciones diarias a partir de experiencias matemáticas.

Esta situación estarían en línea con las opiniones de Dienes, 1964 (citado por Hidalgo, Marato y palacios, 2004, p 90) quien describe lo dicho como sigue:

Actualmente son muy pocos los profesores de Matemáticas, cualquiera que sea el nivel en que trabajan, que se encuentren satisfechos del modo en que transcurre su enseñanza. Efectivamente, son muchos los niños que sienten antipatía por las Matemáticas; antipatía que aumenta con la edad y muchos los que encuentran dificultades casi insuperables en las cuestiones más sencillas. Hay que reconocer que la mayor parte de los niños nunca llegan a comprender la significación real de los conceptos matemáticos. En el mejor de los casos, se convierten en consumados técnicos en el arte de manejar complicados conjuntos de símbolos, pero la mayor parte de las veces acaban de desistir de comprender las imposibles situaciones en que las exigencias de las Matemáticas escolares de hoy les colocan. La actitud más corriente consiste, simplemente, en esforzarse en aprobar un examen, tras lo cual nadie dedica a las Matemáticas ni un pensamiento más. Con muy pocas excepciones, esta situación se puede considerar lo bastante general como para llamarla normal. Dienes (1970; p. 5).

De igual forma los docentes manifiestan que ellos como matemáticos reconocen la importancia del diálogo silencioso con el yo, pero que creen que muchos de sus estudiantes fallan en matemáticas porque no tienen esa conversación interna en donde planean, si se equivocan - ellos se preguntan- ¿Dónde?, se devuelven, toman ajustes en el procedimiento, preguntan y escuchan la respuesta, rayan la hoja una y dos veces, dibujan lo que entienden entre otras acciones que son rutinas propias del quehacer matemático. Para explicar este hecho gallego afirma que:

El sistema educativo ha dedicado todos sus esfuerzos de forma casi exclusiva al desarrollo de la mente racional, del conocimiento lógico y reflexivo y del conocimiento científico. Es como si se postulara que el progresar en el autoconocimiento y en el conocimiento de las demás personas no constituye una tarea necesaria para el desarrollo de la racionalidad (Gallego, 1998). Esto es un desconocimiento por parte del sistema educativo del proceso de autorreflexión en pro del desarrollo de habilidades metacognitivas.

Lo escrito hasta aquí, permite evidenciar que los indicadores de la problemática están sujetos entre otros aspectos a las estrategias didácticas implementadas por los docentes, las cuales no han posibilitado el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes en

contextos, ya sean genéricas o no genéricas, infiriendo que esto puede ocurrir por no prestar la suficiente atención al proceso interno de aprendizaje que conlleva cada estudiantes; esto se da según manifiestan los docentes mediante entrevistas porque el estudiante se conoce poco en su forma de pensar además, el tiempo de la clase en pro de cumplir unos contenidos no se presta para enseñar a que el estudiantes reflexione con su yo interno.

Por todo lo anterior, se diseña entonces una forma diferente de abordar los procesos de enseñanza – aprendizaje, en el área de matemáticas de los estudiantes de grado noveno, una en la que se considere la premisa que si el estudiantes sabe cómo son sus procesos de aprendizaje entonces pude generar nuevas formas de pensar en matemáticas.

En la presente propuesta de investigación se pretende caracterizar el proceso de enseñanza de las matemáticas basándonos en las estrategias metacognitivas usadas por los estudiantes al momento de abordar situaciones problemas en el contexto matemático a la vez que se busca determinar las implicaciones que tiene en el aprendizaje de las matemáticas el incorporar en estudiantes de grado noveno de las instituciones educativas educativa Aguas Negras y San José Majagual Sucre, estrategias metacognitivas.

1.2 Formulación del Problema

La situación antes descrita conlleva a la formulación del siguiente problema de investigación:

¿Cuáles son las implicaciones que tiene en el desarrollo de competencias genéricas de las matemáticas el aplicar un plan de intervención que favorece el uso de estrategias metacognitivas; en los estudiantes de grado noveno de la institución educativa Aguas Negras de Montería y San José de Majagual Sucre?

1.3 Justificación

Los procesos educativos actuales enfatizan por la flexibilidad en el currículo y el aprendizaje autónomo de los individuos, lo cual le permite estar actualizado en una sociedad de dinámicas aceleradas, donde la información y el conocimiento se transforman día a día. En este

contexto, el ministerio de educación nacional propone una política progresiva para formar en competencias. Las competencias se definen como el "conjunto de conocimientos, actitudes, disposiciones y habilidades, relacionadas entre sí, para facilitar el desempeño flexible y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores. Por lo tanto, la competencia implica conocer, ser y saber hacer" (ICFES, 2003, p.49).

Al hablar de educación por competencias, se hace necesario hablar de las competencias básicas la cuales el ministerio de educación nacional (MEN) define como:

Aquellas que tratan de lo central, necesario y fundamental en relación con la enseñanza y el aprendizaje escolar. Este concepto no hace referencia a juicios mínimos, pues no se refieren a un límite inferior o promedio. Formulan un escenario esperado, un estándar de calidad que todos deben alcanzar. En este sentido, los programas y pruebas para el desarrollo y la medición de las competencias básicas de los niños, niñas y adolescentes impulsados por el ministerio de educación colombiano se orientan a las competencias matemáticas, científicas, comunicativas y ciudadanas. Estas competencias básicas actúan como el fundamento de posteriores aprendizajes a lo largo de la vida (Guía No.3, página 49.MEN, 2006).

La materialización de la teoría que se viene esbozando, pone de manifiesto el desarrollo de competencias básicas en los niños y niñas que pertenecen al sistema educativo colombiano; de igual forma, la necesidad de idear estrategias de enseñanza-aprendizaje que permita a las instituciones educativas la formación de estudiantes competentes a la sociedad, capaces de resolver situaciones problemas en diferentes tipos de contextos. Desde este sentido el desarrollo de competencias en matemáticas es uno de los pilares sobre los cuales se establece el sistema educativo colombiano.

En el presente trabajo es de especial interés las competencias matemáticas, las cuales son: Comunicación, razonamiento y resolución de problemas en esta área las competencias evalúan la Resolución de situaciones Problemas cotidianos y no cotidianos.

Resolver situaciones problemas en matemáticas es considerada en la guía N°2 del MEN (2003) como una actividad compleja que involucra diferentes procesos cognitivos: Asociación, Abstracción, Comprensión, Manipulación, Razonamiento, Análisis, Síntesis y Generalización.

La resolución de problemas en matemáticas integra tres aspectos: Concepto y procedimiento (Conocimiento matemático); Lectura y Escritura (Comunicación) y Lógica y sentido Matemático (contexto del Problema). Es en este sentido cobra importancia trabajar la matemática desde la cotidianidad del estudiante, así se anula la visión de islas de saberes que no se relacionan con la realidad, entendiendo y dejando claro que trabajar la matemática desde el contexto no es pretender llevar los conceptos para encasillarlos a situaciones básica de la tienda o el supermercado, sino buscar la interdisciplinariedad con las otras áreas del saber donde la matemática actúa como una herramienta que facilita la comprensión de situaciones que se originan en espacios no matemáticos.

En la experiencia como docente en las diferentes instituciones donde se ha laborado y en charlas con compañeros que orientan la asignatura de matemáticas, los docentes investigadores del presente trabajo y posterior a la revisión bibliográfica han coincidido que una de las dificultades más notoria en la resolución de problema es que el estudiante identifique con claridad el proceso matemático que debe ejecutar para llegar a una solución, esto se intuye puede ser el origen a bajos resultados que tienen los estudiantes cuando se involucran a pruebas externas, aspecto que no sucede en pruebas internas porque el estudiante entiende que si se está trabajando la operación potenciación, los problemas que el docente deja para trabajar son para resolverlos con ese procedimiento, por ello en una educación por competencia se debe orientar situaciones que trabaje desde el concepto y preconceptos matemáticos para generar la seguridad que el estudiante requiere en la toma de decisiones en la elección asertiva en la modelación de una situación problema.

Lo anterior nos aterriza en las estrategias de enseñanza y aprendizaje, las estrategias de aprendizaje son herramientas de las que se vale el docente para contribuir a la implementación y el desarrollo de competencia en los estudiantes con base a una secuencia didáctica que incluye Inicio desarrollo y cierre. (Pimienta Julio; Estrategias De Enseñanza – Aprendizaje) Lo expresado anteriormente deja implícito que la estrategia es el medio a través del cual el docente busca una intencionalidad, ¿Cuál es la intencionalidad? Si lo que se pretende es cumplir con el plan de grado y los contenidos que este tiene, para que el estudiante maneje lo procedimental de cada concepto una estrategia de repetición y de muchos ejercicios funciona, pero si por el

contrario se busca que el estudiante haga uso de los conceptos en los diferentes contextos en que se desenvuelve entonces, se requiere ser más sofisticado en la estrategia y es aquí donde el presente trabajo cobra importancia debido a que hace la invitación a pensarse el desarrollo de estrategias a partir de los procesos metacognitivos. ¿Por qué los Procesos Metacognitivos?

Existe relación entre la metacognición y las competencias matemáticas. La primera se entiende como la capacidad que tiene el individuo para planificar, regular, controlar y revisar su propio proceso de aprendizaje y/o pensamientos (John Flavell, 1991) y la competencia la define como saber y saber hacer en contexto. Sobre este binomio de saber y saber hacer se afirman postulados y posiciones dentro del quehacer de la matemática escolar, D'Amore y Fandillo (2008) en su textos competencias y comprensión matemática al citar a Skemp (1976), mencionan ventajas que tiene el conocimiento procedimental (saber hacer) y ventajas que tiene el “conocimiento relacionado”: aquel donde se tiene claridad sobre el concepto y sus relaciones con otros (saber) Aunque podría ser evidente que el conocimiento relacionado es de mayor beneficio para el aprendizaje, la tendencia en los procesos educativos de enseñar algoritmo y métodos estandarizados para resolver problema, de igual que reglas que pasa de una generación a otra, como la de la multiplicación de dos números negativos, el producto es positivo dejan en evidencia que debe tener una ventaja enseñar la matemática desde lo procedimental (saber hacer) las que Skemp plantea son:

1. Dentro de su propio contexto las matemáticas instrumentales son más fáciles de responder.
2. Las respuestas son más inmediatas y más aparente resulta agradable proporcionar la respuesta correcta.
3. Es mucho más fácil llegar a la respuesta correcta.

Skemp también plantea algunas ventajas que tiene el conocimiento relacionado (saber).

1. Es más demorado para aprender, pero es fácil de recordar luego de haberlo aprendido.
2. Se puede hacer transferencia de contexto, saber el porqué del método facilita hacer uso del conocimiento en circunstancias similares.

3. Los conocimientos correlacionados actúan de manera orgánica lo cual facilita el crecimiento cognitivo del individuo.

En las anteriores ventajas se evidencia porque las estrategias metacognitivas son pertinentes para el desarrollo de competencias, y por ende investigar en este campo posibilita a la comunidad del conocimiento referencias importantes para buscar mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo General

Evaluar las implicaciones que tiene un plan de intervención que favorece el uso de estrategias metacognitivas; en el desarrollo de competencias genéricas de las matemáticas en los estudiantes de grado noveno de la institución educativa aguas negras de Montería y San José de Majagual Sucre.

1.4.2 Objetivos Específicos

Diseñar un plan de intervención que favorezca el uso de estrategias metacognitivas para la resolución de problemas matemáticos de razonamiento cuantitativo de tipo numérico variacional.

Aplicar un programa de intervención que favorece el uso en estrategias metacognitivas para la resolución de problemas de razonamiento cuantitativo, de tipo numérico Variacional.

Verificar si a los grupos que se les aplico el plan de intervención que favorece el uso de estrategias metacognitivas muestra diferencias significativas en la resolución de problemas de razonamiento cuantitativo de tipo numérico variacional con respecto a los grupos que no fueron intervenidos.

2. CAPÍTULO II: 2. MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes

Para realizar el estudio de antecedentes sobre investigaciones relacionadas con la presente propuesta y hacer un mejor análisis de estas, se establecen tres categorías: 1. Una mirada al aprendizaje de las matemáticas y a la educación por competencias en el área: una mirada retrospectiva a experiencias educativas, 2. Estudios en el campo de estrategias metacognitivas: implicaciones, retos y miradas críticas y 3. Estudios que relacionan el desarrollo de competencias matemáticas y las estrategias metacognitivas.

Se evidencia una tendencia por el estudio de la incorporación de estrategias metacognitivas a los procesos de enseñanza en el aula en diferentes disciplinas del conocimiento, además del interés por abordar la problemática del aprendizaje de las matemáticas desde la competencia de la resolución de problemas, en relación a esta última parte las investigaciones relacionadas esquematizan un plan de trabajo que le posibilite al docente y estudiante una serie de elementos que favorezcan la interpretación y comprensión de situaciones problemas matemáticas para su solución. En estos estudios se asume que un estudiante es competente en matemáticas a partir de sus habilidades para la resolución de problemas.

De igual manera, existe un marco conceptual y legal amplio en cuanto a la educación por competencias en Colombia y en el desarrollo de competencias para la vida brindándose así un escenario adecuado para la investigación de la relación existente entre las estrategias metacognitivas y el desarrollo de competencias en matemáticas.

2.1.1 Una mirada al aprendizaje de las Matemáticas y a la educación por competencias en el área: Una mirada retrospectiva a experiencias educativas.

Sin duda la mayoría de investigaciones consultadas abarcan la problemática sobre el aprendizaje de las matemáticas y estrategia de enseñanza de estas, sin embargo hay un grupo de estudios que se preocupan por la teorización de los conceptos propios de la educación matemática, es decir brindar una revisión de nociones teóricas usadas para el estudio de las normas que regulan la construcción social del conocimiento matemático, en particular las normas socio-matemáticas y el contrato didáctico (D'Amore y D. Godino 2007).

En este grupo de estudios en primer lugar resalta la investigación de Frank K. Lester, Jr. En la universidad de Indiana en Bloomington estados unidos titulada como enseñar a resolver situaciones problemas en matemáticas. El autor presenta un recorrido teórico conceptual de los últimos 40 años, en donde se analizan algunos de sus pensamientos actuales acerca de la naturaleza de la resolución de problemas y su relación con otras formas de la actividad matemática También sugiere varias competencias que los docentes deben adquirir con el fin de que sean éxito en ayudar a los estudiantes a ser mejores solucionadores de problemas.

Este estudio es muy importante dentro de nuestro trabajo porque da a conocer una lista de principios sobre la enseñanza de la resolución de problemas que han surgido en la matemática escolar, sustento teórico que muestra una propuesta sobre cómo enseñar las matemáticas desde el enfoque desde la resolución de problemas en el cual se debe hacer consiente al niño sobre su proceso de aprendizaje.

Por otro lado se retoma también el artículo de Gardenia Tirado Díaz, publicado en la revista digital innovación y experiencias educativas en el 2010 titulado matemáticas: reflexiones sobre la enseñanza y el aprendizaje, este artículo presenta una síntesis de las teorías clásicas del aprendizaje de las matemáticas propuestas por autores relevantes como Dienes, Mialaret y Van Hiele. Este estudio es de corte enciclopedista y busca generar la reflexión acerca de los proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación primaria, a la luz de las fases y

etapas que exponen los autores deben seguirse para el desarrollo de conceptos matemáticos en el niño.

Dentro del proceso de intervención de nuestra propuesta, este artículo cobró importancia en la medida que brindó pautas para el diseño de actividades que respondieran a las fases que exponen los autores para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

También se tomó el texto competencia y matemáticas de D'Amore, Godino, Arrigo, Fandiño Pinilla, MEN, Colombia, por su valioso aporte en cuanto a la conceptualización de competencia y comprensión en matemáticas, este texto pone de manifiesto la diferencia existente entre el desarrollo de competencias en matemáticas y la instrucción en matemáticas dando ejemplos específicos de situaciones en el aula en donde el saber matemáticas no implica el desarrollo de competencias en el área sino que puede obedecer a un mecanismo del algoritmo propio del concepto aprendido. Este texto fue de vital importancia para el enriquecimiento del marco conceptual propio del trabajo y de los investigadores al asumir una postura sobre lo que se entiende por competencia matemática.

Cabe resaltar que los estudios consultados a nivel nacional, no ofrecen un trato particular a la educación por competencias dado que asumen este tema como obligatorio y obvio al momento de abordar el aprendizaje de las matemáticas; Sus estudios se basan en el análisis de los documentos oficiales del ministerio de educación nacional colombiano y al fortalecimiento de la competencia de resolución de problemas, por esa razón no se referencian muchas investigaciones dado que al referirse a este tema su sustento teórico es el mismo, a saber; lineamientos curriculares de matemáticas (1998), documento número 3 estándares básico de competencia (2002), documentos de alineación de las pruebas saber (2013) entre otros, documentación presente dentro de nuestro marco conceptual.

2.1.2 Estudios en el campo de estrategias metacognitivas: Implicaciones, retos y Miradas Críticas.

Las estrategias metacognitivas representan para la presente propuesta un fundamento conceptual básico dado que es el eje donde se realiza la intervención que se espera afecte positivamente la variable dependiente; desarrollo de competencias genéricas en matemáticas en la resolución de problemas de tipo numérico variacional. Es así que luego de hacer un mapeo por la red y de buscar los referentes bibliográficos que proponen otras investigaciones se encontraron las siguientes propuestas significativas para este proyecto.

La investigación Estrategias metacognitivas y de aprendizaje: estudio empírico sobre el efecto de la aplicación de un programa metacognitiva, y el dominio de las estrategias de aprendizaje en estudiantes de E.S.O, B.U.P y universidad desarrollada por Pedro Mariano Bara Soro en Madrid España, la cual se planteó como propósito investigativo: Determinar el efecto de la aplicación de un programa para mejorar el empleo de estrategias metacognitivas en el aula. Llegando a las siguientes conclusiones:

Podemos decir que en las estrategias de aprendizaje se aprecian ciertas tendencias en esa dirección o efectos positivos en función del tratamiento, con independencia de que tales diferencias no sean significativas desde el punto de vista estadístico.

Las estrategias metacognitivas no deben enseñarse separadamente de los contenidos, es más, deben integrarse en los contenidos habituales y ser evaluadas consecuentemente.

La puesta en marcha de un curso de estrategias metacognitivas en cuanto a la duración. Muestra que un programa de aplicación breve en el mejor de los casos puede apuntar tendencias más que confirmar cambios.

Debemos recalcar que uno de los aspectos fundamentales que debe perseguir todo programa de intervención es el de su utilidad práctica en el contexto en el cual adquieren sentido. Resulta obvio, por tanto, que si se enseñan estrategias aparte del currículo, y éstas no muestran su

utilidad en el proceso diario del aula, necesariamente los alumnos no las consideran útiles y no las interiorizan.

La importancia de este trabajo nuevamente recae en sus hallazgos al asumir el contexto del niño, la necesidad de integrar las estrategias al currículo y determinar los elementos del currículo para la selección de estrategias adecuadas que sean útiles a la realidad del niño. Permitiendo realizar una propuesta de intervención en el aula más pertinente al currículo y contexto de los grupos experimentales.

La metacognición y el aprendizaje de las ciencias, un estudio realizado por Juan Miguel Campanario, José Cuervo Moreno; Universidad de Alcalá, Madrid.

Esta propuesta pretende establecer la incidencia del desarrollo de la metacognición en el aprendizaje de las ciencias lo cual es relevante para quienes están referenciándola, dada que la metacognición es la génesis de la propuesta de intervención, se identifica de esta propuesta los siguientes resultados.

1. Una mejor comprensión del papel de la metacognición en el aprendizaje de las ciencias ayuda a entender las dificultades de enseñanza y a mejorar el aprendizaje de las ciencias.
2. La mayor parte de la responsabilidad en el desarrollo de las capacidades metacognitivas recaen la actuación de los profesores en el aula. Desgraciadamente no son muchos los recursos de que se dispone para fomentar el uso de estrategias metacognitivas por parte de los alumnos. Además, todavía no se comprenden bien todos los procesos cognitivos asociados a este tipo de estrategias. Esto significa que algunas de las propuestas para tener en cuenta en la enseñanza el uso de estrategias metacognitivas pueden no tener una base psicológica adecuada.

En 2013, Zaily Patricia Del Toro García, presenta la investigación “Desarrollo de la comprensión lectora en inglés a través del uso de estrategias metacognitivas de lectura en la institución educativa José María Córdoba de Montería, es de carácter cuantitativo y el estudio es

cuasi-experimental, se tomaran dos grupos (grupo testigo y grupo experimental). Luego de la intervención los hallazgos investigativos son:

- A través del uso de las estrategias metacognitivas de lectura los estudiantes no solo mejoraron la comprensión lectora en inglés demostrada en las pruebas estadísticas, sino que además pasaron de estar en el nivel literal de lectura al inferencial, mejorando progresivamente el nivel crítico
- Es importante considerar el uso de las estrategias metacognitivas de lecturas dentro del aula en clases normales, las cuales se convierten en herramientas útiles y efectivas que facilitan el proceso de comprensión lectora en inglés

Además la investigadora sugiere futuras investigaciones en las cuales se puedan analizar los efectos de las estrategias metacognitivas no solo en el proceso de lectura, sino que también se pueden utilizar para desarrollar en otras habilidades en el proceso de aprendizaje.

Esta investigación fue importante en cuanto a aporte de elementos conceptuales sobre la metacognición y estrategias metacognitivas definiendo estas como: Las estrategias metacognitivas son la conciencia del propio pensamiento y el aprendizaje de la estrategia en sí es decir, aunque el aprendizaje está caracterizado por el uso apropiado de estrategias, es la metacognición una condición necesaria para el uso eficaz de dichas estrategias. Se definen como estrategias básicas del proceso metacognitivo la planificación, control, regulación y evaluación y se presenta otra clasificación de los autores Mokhtari y Reichard (2002) a saber:

1. Estrategias globales: constituyen la conciencia global, reconocimiento del entorno, contexto y realidad.
2. Las estrategias de solución de problemas.
3. Las estrategias de apoyo.

La propuesta de Zaily Toro (2013), nutrió el marco conceptual de nuestra propuesta de investigación, además en sus resultados se estable una tendencia positiva en el efecto de incorporar estrategias metacognitivas y el desarrollo de la comprensión lectora pilar fundamental para la resolución de situaciones problemas en matemáticas.

En la misma línea se encuentra la tesis de maestría de Valentina Cadavid Alzate y Oscar Eugenio Tamayo Alzate, presentada en 2013, titulada: “Metacognición en la Enseñanza y en el Aprendizaje de Conceptos en Química Orgánica”. Esta investigación indaga el rol que cumple la metacognición en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la química orgánica, se indaga al mismo tiempo, la relación que existente entre las habilidades viso-espaciales y el desempeño de los estudiantes en la resolución de problemas en estereoquímica. El diseño del estudio es mixto, integra un componente cualitativo de corte descriptivo comprensivo y se realiza con estudiantes del programa de Licenciatura en Biología y Química que cursan Química Orgánica I (sexto semestre) de la Universidad de Caldas. Entre los hallazgos investigativos se encontró que:

- Existe una fuerte relación entre algunos componentes de la inteligencia viso-espacial y el uso de estrategias metacognitivas, esto es el hecho que los jóvenes usaran dibujos, modelos de bolas y palos y algunos modelos de (space-filling), entendieron mejor el concepto del modelo y fueron capaces de aplicar transformaciones desde una dimensión a representaciones moleculares en 2D y 3D.

Esta investigación fue importante para nuestro trabajo por el espacial trato que dio al desarrollo de las habilidades espaciales de los estudiantes, competencia fundamental en matemáticas en la asignatura de geometría y experiencia tomada para la formulación de actividades de representación, transformación y/o modelación por dibujo de situaciones problemas en el contexto matemático. Algunos de los conceptos, que se estudiaron durante la enseñanza y el aprendizaje de la estereoquímica en la investigación señalada, fueron: el empleo de diferentes representaciones moleculares 2D -3D 3D-2D el análisis de la simetría o asimetría de las moléculas (Imagen especular), los giros de moléculas para determinar y dar configuración absoluta (Nomenclatura R-S). Estas temáticas guardan una relación apreciable con algunos de los conceptos de la geometría elemental. Entre las nociones geométricas elementales, se encuentra el análisis de las formas planas (Geometría euclidiana) algunas de estas figuras son: el

Triángulo, el Rectángulo, el Circulo, etc., y las formas o cuerpos tridimensionales (Geometría del espacio) los sólidos platónicos: el tetraedro, el cubo, el dodecaedro, la simetría, los giros, cambios en la posición y orientación, etc.

En este grupo también se encontraron algunas investigaciones que presentaron un especial trato a alguna estrategia metacognitiva específica, presente dentro de nuestra propuesta de intervención una de estas investigaciones se titula Preguntas cognitivas y metacognitivas en el aprendizaje y la generación de estrategias de resolución de problemas matemáticos realizada por Germán Zambrano en el año 2008. La investigación busca indagar sobre la relación que tienen las preguntas de orden cognitivo y metacognitivo en la comprensión conceptual y la resolución de problemas de máximos y mínimos en el tema función cuadrática. La pregunta de investigación, se fundamenta desde lo teórico, lo metodológico y lo tecnológico. Los antecedentes se relacionan con la educación, matemática y la pedagogía; las relaciones entre conocimiento y el aprendizaje, la cognición y la metacognición; y la utilización de software educativo. La metodología es de corte cuantitativo: un diseño experimental con dos grupos de estudiantes de primer semestre de la UNIMINUTO. Se hace uso de un software que activa preguntas, para un grupo cognitivas y para otro metacognitivas.

En la misma línea el artículo científico del docente de la universidad pedagógica nacional de Bogotá Colombia Ignacio Abdon Montenegro Aldana titulado influencia de las preguntas cognitiva y metacognitivas en la comprensión conceptual y en habilidades para resolver problemas de ciencias. Ofrecen para muestra investigación un sustento teórico amplio y una conceptualización sobre la comprensión pedagógica de la pregunta en el orden cognitivo y metacognitivo en la teoría sobre solución de problemas y el dominio de conocimiento. Así como su influencia en el aprendizaje.

2.1.3 Estudios que relacionan el desarrollo de competencias Matemáticas y Las Estrategias Metacognitivas.

En esta categoría se toma investigación realizada por Alberto Iriarte Pupo e Isabel Sierra (2011), con título, “Estrategias metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos”. El objetivo de este estudio fue la implementación de estrategias didácticas con enfoque

metacognitivo en el desarrollo de la competencia resolución de problemas matemáticos. Su diseño fue cuasi-experimental, con el método de Solomon de cuatro grupos, dos grupos experimentales (uno con pre test) ambos se intervienen con la estrategia didáctica con enfoque metacognitivo, a su vez, dos grupos de Control (uno con pre test), los cuales no fueron intervenidos con la estrategia, al finalizar la intervención los cuatro grupos aplican pos test y se realiza el análisis estadístico.

La población objeto de estudio fue el grado 5° de la Institución Educativa normal Superior de Sincelejo, en donde habían 10 grupos, seis en la jornada matinal y cuatro en la jornada vespertina, en total 338 estudiantes. Los grupos experimentales y control, fueron escogidos de manera aleatoria, quedando los siguientes: grupo 5B y 5F ambos de la jornada matinal (Control), y los grupos 5C y 5A ambos de la jornada vespertina (Experimental), entre los cuatro grupos habían 135 estudiantes.

Es una investigación que aporta a la presente propuesta en dos aspectos, el primero es la importante y actualizada teoría que muestra en estrategias cognitivas, haciendo un amplio bagaje y relacionándola con la competencia de resolución de problemas, para indagar como desde las estrategias metacognitivas se desarrolla esta competencia en el pensamiento numérico variacional y el segundo aspecto es el diseño metodológico, en el cual también se puede observar una forma adecuada de como analizar las variables de relación y propuesta de intervención. Dentro de las conclusiones de este trabajo se encontró que:

- El manejo de estrategias metacognitivas caracterizada por la toma de conciencia mental de las estrategias necesarias utilizadas al resolver un problema, para planear, monitorear, regular o controlar el proceso mental de sí mismo, hace parte fundamental en el proceso de resolución de problemas.
- El conocimiento y uso adecuado de estrategias de solución de problemas, a través de la aplicación de modelos que articulen estrategias cognitivas y metacognitivas y el contexto, permite que el estudiante desarrolle la competencia de resolver problemas desde la matematización de sus realidades.

- La aplicación sistemática de un modelo didáctico, inspirado en la filosofía de la transferencia gradual del control del aprendizaje, operacionalizado mediante las fases de instrucción directa, modelado metacognitivo, práctica guiada y aprendizaje cooperativo, influye de manera positiva en el desarrollo de la competencia resolución de problemas matemáticos contextualizados de los estudiantes.
- Los resultados obtenidos en los grupos experimentales demuestran la eficacia del programa de intervención basado en estrategias didácticas con enfoque metacognitivo, el cual produjo una mejora en la competencia resolución de problemas matemáticos contextualizados.

En la misma línea la investigación realizada en Estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas: Una intervención en el aula para determinar las implicaciones de la implementación de estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas por Oscar Mauricio Troncoso Girón, en el año 2013, en el municipio de Ortega en el departamento del Tolima (Colombia); cuyo objetivo principal fue el de Identificar las implicaciones de la incorporación de estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de sexto grado. La muestra estuvo compuesta por 5 estudiantes de población rural con los cuales se trabajó mediante un diseño de investigación cuasi experimental, la intervención se fundamentó en la aplicación de talleres de control, centrados en las operaciones básicas con números naturales (suma, resta, multiplicación y división). Entre las conclusiones de la investigación el autor expone: que el uso de estrategias metacognitivas potencia el aprendizaje de las matemáticas, ya que reconocer la manera como se aprende e identificar los errores que se cometen para no volverlos a cometer, dará a los estudiantes la posibilidad de abordar con más propiedad un problema y resolverlo; de la misma manera, el identificar los aciertos y formas más rápidas de abordar un problema permitirá mejorar el desempeño en la resolución de problemas y el aprendizaje de la matemática.

Esta investigación fue retomada, dado que permitió el aporte conceptual de teóricos del área de las matemática que se encuentran ligados al trabajo desde lo cognitivo como herramienta eficaz para el aprendizaje de las matemáticas. Afirma que a pesar de la tradición matemática de dar más importancia a los resultados, en los últimos años ha surgido una tendencia que se

preocupa por los procesos mentales que desarrolla el estudiante al momento de resolver ejercicios o problemas matemáticos (Riviere, 1990 & Casajús, 2005). Además sustenta que de los conceptos más acertados al momento de querer estudiar la manera como un estudiante enfrenta un ejercicio, es la metacognición (Heit, 2011, p.41), que aunque tiene sus orígenes en la psicología, ha tenido un papel preponderante en el aprendizaje de habilidades lectoras inicialmente, y ahora en el aprendizaje de las matemáticas. En palabras de Heit, (2011): “la metacognición es un conocimiento sobre los propios procesos cognitivos” (p. 16). Este proceso implica reflexionar sobre cómo se aprende e implementar estrategias que mejoren el aprendizaje; como lo manifiesta Curotto, (2010), el uso de estrategias metacognitivas fomenta la reflexión sobre el proceso de aprendizaje de la matemática.

También se toma la investigación de José Gregorio López (2004), titulada estrategias metacognitivas utilizadas por los alumnos de sexto grado de la U.E. Enrique Barrios Sánchez, en la resolución de problemas matemáticos realizada en el estado de Carabobo Venezuela dentro de las recomendaciones el autor expone incorporar en cualquiera de las formas de planificación escolar, alternativas metodológicas que coadyuven en el desarrollo de las potencialidades de los alumnos para el uso de la metacognición a los fines de mejorar los procesos de aprehensión de conocimiento matemático en estos.

De acuerdo a los autores, Das, Kar y Parrila (1998), con frecuencia, la ausencia de metacognición puede explicar el fracaso de la enseñanza. Normalmente, a los alumnos se les enseñan contenidos (es decir conocimiento y, especialmente, conocimientos declarativos) y como hacer cosas (es decir, capacidades y estrategias, o conocimientos procedimentales). Lo que pocas veces adquieren es una comprensión de por qué un conocimiento es importante y como y cuando se debe emplear. En otras palabras, carecen de conocimientos metacognitivos para saber cuándo deben usar sus conocimientos declarativos y procedimentales y, en consecuencia, es improbable que vean el valor de estos conocimientos o que puedan retenerlos.

El aporte de este trabajo se encuentra en la justificación teórica de la inclusión de estrategia metacognitivas en los proceso de planificación de clases.

En el 2013 Gabriela Acosta Escareño, presenta la tesis doctoral: evolución del perfil cognitivo, metacognitivo, actitudinal y de rendimiento en estudiantes con dificultades de aprendizaje en matemáticas. Para llevar a cabo esta investigación se planteó un estudio de carácter longitudinal, con un diseño 4x2, cuasi-experimental, en el que se utilizó análisis de medidas repetidas. Concretamente cuatro grupos diferentes de estudiantes fueron evaluados en dos puntos de tiempo. La evaluación de la fase inicial se realizó cuando los estudiantes cursaban cuarto curso de educación primaria, mientras que la evaluación de la fase final se llevó a cabo cuando estos mismos estudiantes cursaban sexto curso de primaria. Esta investigación es relevante en nuestro trabajo en torno a sus hallazgos como son:

- Poner de manifiesto que la evaluación del uso de estrategias cognitivas y metacognitivas de solución de problemas es un buen mecanismo para conocer los puntos fuertes y débiles de los estudiantes en cuanto a solución de problemas.
- La tarea que aplicamos (basada en estrategias metacognitivas) ha identificado adecuadamente a los estudiantes con DAM (dificultades de aprendizaje de las matemáticas) como estudiantes con dificultades para la comprensión del enunciado, pero no para desarrollar el resto de estrategias de solución de problemas.

Estos es, el trabajar con estrategias metacognitivas facilita al docente identificar de manera fácil el nivel de desempeño del niño en matemáticas.

Frente a los resultados encontrados se retoma la investigación La cara b de la resolución de problemas matemáticos, se soluciona con el aprendizaje autorregulado de Oscar Garcia Gaitero, publicada en el 2014 quien concluye que Los estudiantes que comprenden lo que han de hacer en la resolución de problemas matemáticos aplicando heurísticos o implicándose de manera activa en el proceso de enseñanza-aprendizaje (contrato didáctico) con patrones autorreguladores son más activos, eficientes y con un nivel motivacional superior al resto de alumnos de su entorno.

La metacognición es la conciencia y el control de nuestra propia comprensión, si el estudiante logra llegar a este estado de comprender sus procesos de pensamiento podrá regular el proceso que conlleva la comprensión matemática, es por ellos que las investigaciones vistas hasta aquí recobran importancia para nuestra investigación ya que muestran resultados entorno a la relación existente entre las estrategias metacognitivas y su incorporación para la mejora de la enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

2.2 Marco Conceptual

Se consideran como referentes teóricos en la presente investigación a:

2.2.1 Teorías del Aprendizaje y Procesos cognitivos: Aproximación Conceptual a los Fundamentos Teóricos del Aprendizaje.

“La experiencia no consiste en el número de cosas que se han visto, sino en el número de cosas que se han reflexionado” (Pereda).

Las teorías del aprendizaje como génesis de la reflexión educativa y por consiguiente el aprendizaje, son en sí mismos el punto de reflexión para comprender los fundamentos teóricos de los procesos de aprendizaje como escenarios conscientes y regulados por sujetos cognoscentes, capaces de decidir y transformar su realidad social.

En este sentido, se abordarán las teorías de aprendizaje relacionadas con la variable de investigación: Estrategias Metacognitivas; las cuales darán luces a la comprensión de los fundamentos conceptuales que algunos teóricos en el campo de la educación han propuesto para reflexionar como los sujetos aprenden nuevos conceptos.

De conformidad con lo anterior, se abordan las siguientes teorías de aprendizaje que conciben el aprendizaje como un cambio en la conducta sin omitir los procesos cognitivos existente entre el estímulo y la respuesta.

Constructivismo. Se describe una serie de características del constructivismo mencionadas por Triana Mazario, como son:

1. La comprensión inicial de un objeto, proceso o fenómeno es local, no global. Las nuevas ideas son necesariamente introducidas y entendidas sólo en un contexto limitado. Cuando se introduce una idea por primera vez, puede ser difícil para el sujeto cognoscente saber qué rasgos de la situación son más relevantes para entenderla. Posteriormente, cuando la idea ha sido explorada en una variedad de contextos, resulta generalmente más fácil percibir el patrón propuesto, y la comprensión es generalmente más amplia.
2. El conocimiento no es recibido de forma pasiva, sino construido y reconstruido por el sujeto cognoscente de forma activa, interactuando con el objeto de estudio (relación objeto-sujeto).
3. La función cognoscitiva es adaptativa y permite al que aprende la construcción de explicaciones viables sobre sus experiencias, es decir, cuando un sujeto actúa sobre la información relacionándola con el conocimiento que ya posee, le imprime e impone así organización y significado a su experiencia.
4. El proceso de construcción de significados está siempre influenciado por el contexto histórico-cultural y económico-social del cual el individuo forma parte.
5. Construir estructuras útiles de conocimiento requiere de una actividad esforzada e intencionada. El aprendizaje requiere una participación activa y reflexiva. (Mazario, 2011, p.124).

Unos de los máximos exponentes del constructivismo es Piaget, los trabajos de este autor muestran interés por aspectos no observables como pueden ser: la significación, la intención, el sentimiento, la creatividad y el pensamiento. (Bara, P, 2001, p6).

Para Piaget (1937:148) “tomar conciencia no consiste simplemente en proyectar una luz sobre las nociones ya totalmente elaboradas. La toma de conciencia original se superpone a las contracciones debidas a la acción”.

La teoría de la equilibración de Piaget. De acuerdo con este planteamiento los progresos cognoscitivos tienen lugar gracias a procesos de equilibración. El organismo en su interacción con el entorno se ve afectado por desequilibrios que tiene que solucionar. A la búsqueda de la equilibrio se le denomina equilibración. El aprendizaje en este contexto se produce cuando tiene lugar un desequilibrio o lo que es lo mismo un conflicto cognitivo. El equilibrio se logra partiendo de dos procesos de adaptación al entorno, la asimilación y la acomodación (Piaget, 1970).

Para Piaget (1970) la adaptación al entorno a través de la asimilación y de la acomodación producen cambios en la estructura cognitiva del sujeto, o lo que es lo mismo transformaciones de organización. A estas estructuras internas cambiantes, que son los cimientos del pensamiento formal y se les denomina esquemas. “El pensamiento formal es tanto pensar sobre pensar como una inversión de relaciones entre lo que es real y lo que es posible” Inhelder y Piaget.

Piaget considera que los cambios en los procesos mentales están condicionados por tres causas o factores: maduración, experiencia, transmisión social y equilibración.

En este apartado se puede ver que Piaget hace un trato al trabajo meta cognitivo como elemento dentro del proceso de aprendizaje y se da al superar un conflicto cognitivo en pro de la construcción de un pensamiento formal.

Aprendizaje Significativo: El andamiaje de la conciencia del saber. La idea central de Ausubel es que el nuevo aprendizaje se instala en esquemas de conocimiento ya existentes. (Bara, 2001).

Ausubel (1981) diferencia entre aprendizaje por recepción y aprendizaje por descubrimiento; y entre aprendizaje mecánico y significativo.

En el aprendizaje receptivo el estudiante recibe el contenido que ha de interiorizar permitiendo que luego sea recuperable, sin necesidad de descubrir nada de forma independiente. En el aprendizaje por descubrimiento, por su parte, existe una fase previa y distintiva en la cual el estudiante tiene que descubrir algo, arreglar de alguna manera la información antes de incorporarlo a su estructura cognitiva.

Ambos tipos de aprendizaje pueden ser mecánicos o significativos: Los aprendizajes mecánicos o por repetición se caracterizan por tratarse de unos aprendizajes de asociaciones arbitrarias, cuando el alumno carece de conocimientos previos pertinentes o cuando éste interioriza la información al pie de la letra. Frente al anterior se sitúa el aprendizaje significativo que permite relaciones de tipo sustantivo y no al pie de la letra con lo que el alumno ya sabe y éste decide aprender de esta manera.

Pero para que pueda darse este tipo de aprendizaje significativo tienen que presentarse una serie de condiciones: en primer lugar contar con la disposición del sujeto para aprender significativamente y que por otra parte el material a aprenderse a potencialmente significativo, esto es, pueda relacionarse con su estructura de conocimiento. Esto último requiere que el material cuente con cierta lógica y que por otra parte la estructura mental del sujeto posea ideas de afianzamiento con las que pueda relacionarse.

En coherencia con lo anterior se puede afirmar que aprendizaje significativo exige una Reestructuración del proceso de enseñanza, en donde el alumno es completamente activo, no limitándose a adquirir conocimientos, dado que el mismo los construye partiendo de sus experiencias previas. Si el rol del alumno se ve modificado lo propio sucede con el docente. Así el papel del profesor se centra en ayudar a aprender. El peso de los contenidos también experimenta una modificación (Bara P, 2001, p36). Con lo cual frente al procesamiento de la información donde los contenidos tienen gran importancia y se puede hablar así entonces de estrategias metacognitivas.

El enfoque de Ausubel busca empoderar al estudiante dentro de su proceso de aprendizaje de ahí la importancia dentro de nuestra investigación contar con un referente que conceptualice este proceso de andamiaje.

Aprendizaje social-cognitivo: Vigotsky. Vygotski se posiciona frente a la opinión asociacionista según la cual el significado se localiza en la realidad y únicamente hay que extraerlo de la misma a través de procedimientos inductivos. Para el autor ruso que nos ocupa el significado procede del contexto social y deben en consecuencia ser asimilado desde fuera por cada alumno particular. El aprendizaje va del exterior al interior del sujeto. De forma que la adquisición del conocimiento parte del intercambio social para a continuación internalizarse. A esto es a lo que se le denomina ley de la doble formación, en este estado de cosas puede afirmarse en relación al desarrollo cultural del niño toda función se presenta en dos ocasiones, en primer lugar entre personas y a continuación en el interior del propio niño.

Vygotski distingue tres niveles de conocimiento: el nivel o zona de desarrollo efectivo, el nivel o zona de desarrollo potencial y el nivel o zona de desarrollo próximo (Vygotski, 1979). Será precisamente en la zona de desarrollo próximo donde tiene lugar el aprendizaje que trae como consecuencia el desarrollo y hacia la misma se tiene que encaminar la tarea del educador. Por eso puede afirmarse que la tarea de la instrucción consiste en aportar mediadores externos que posibiliten la interiorización. (Bara, p, 2001).

Por otro lado El autor ruso (Vigotsky, 1991) plantea la idea central sobre la que gira todo el problema de la cognición humana: a medida que un individuo crece y es instruido (tanto en la educación formal, como en la espontánea), sus funciones cognitivas superiores (memoria, percepción, atención, comprensión) sufren una serie de transformaciones. Dichas transformaciones no implican necesariamente un aumento en la capacidad del procesamiento sino más bien en la destreza, por parte del sujeto, de controlar y regular dicha habilidad.

Se retoma la teoría de Vigotsky dada que en ella se explica algunos procesos metacognitivos, pues a través de la zona de desarrollo próximo se infiere la estructuración de un saber consiente, regulado y evaluado para su validez, se resalta también el hecho que no

solamente se desarrolla cognitivamente con el saber sino con las destrezas emociones y sensaciones que se generan con la experiencia.

2.2.2 Metacognición: planificar, controlar y evaluar el desarrollo del aprendizaje.

Este título es relevante dentro de nuestro marco teórico dado que, presenta un constructo conceptual en torno a explicar los elementos pertinentes de la variable independientes de la presente propuesta de investigación.

Al hacer una síntesis de la metacognición derivado de las investigaciones en psicología cognitiva, se refiere al grado de conciencia o conocimiento que los individuos poseen sobre su forma de pensar, los contenidos y la habilidad para auto-regular esos procesos con el fin de organizarlos, revisarlos y modificarlos en función de los resultados del aprendizaje. (Brown, 1975; Chadwick, 1988, Flavell, 1981). En función a lo anterior la metacognición es un proceso propio y personal que se adquiere en la medida que se posee la capacidad para reflexionar sobre los pensamientos y procedimientos que surgen en torno al aprendizaje, es en la adquisición del “habito de reflexionar” donde los procesos de mediación que planea y orienta el docente pueden contribuir al desarrollo de habilidades metacognitivas, al respecto Das, Kar y Parrila (1998), afirman “es conveniente mencionar dos aspectos de la Metacognición para fortalecer sus vínculos con la planificación. El primero es que la metacognición como la planificación, requiere de motivación. Un individuo no emprende actividades metacognitivas sin un propósito y una necesidad. El segundo aspecto se refiere al desarrollo cognitivo, refiriéndose este a las secuencia lógica de los contenidos y procedimientos en las estructuras mentales”.

Se interpreta que la génesis de la metacognición es la motivación por el objeto de estudio, al respecto de la motivación (Petro, 2005) “La motivación es un punto intermedio entre lo que se conoce y se ignora”. En la teoría del aprendizaje expuesta por Vigosky, y relacionando lo afirmado por Petro, la motivación estaría entre la zona de desarrollo actual y la zona de desarrollo próximo, esto conlleva a que para el diseño de estrategias metacognitivas, se deba iniciar por recordar los preconceptos necesario que facilitaran la comprensión y por consiguiente análisis y

reflexión sobre el nuevo saber, dado que cada estudiante tiene una zona de desarrollo actual diferente.

Un segundo elemento a tener en cuenta para el desarrollo de habilidades metacognitivas se toma del autor clásico en esta temática, Flavell, (1981) Describe la metacognición en dos componentes:

El saber acerca de la cognición: El saber acerca de la cognición se refiere a la capacidad de reflexionar sobre nuestros propios procesos cognitivos. Éste comprende: (a) Las características de los sujetos que aprenden; (b) Las particularidades de una tarea cognitiva y (c) el uso de estrategias para realizar una tarea.

La regulación de la cognición: Implica el uso de estrategias tales como: (a) planeación de nuestros movimientos; (b) verificación de resultados; (c) evaluación de la efectividad; (d) validación y modificación de nuestras técnicas de aprendizaje.

Conocer la forma de cómo se facilita su aprendizaje es un estado de ventaja que tiene una persona para comprender su realidad y tomar decisiones asertivas, analizar cada situación de forma particular, relacionándola con las experiencias adquiridas mirando similitudes y diferencias con situaciones anteriores, es decir haciendo extrapolación aumenta la probabilidad de éxito en el aprendizaje y por consiguiente se facilita el andamiaje y control de los procesos y procedimientos cognitivos. Es así como la reflexión a través del cuestionamiento sobre cómo se realizó una tarea, el por qué se hizo e esa forma y si se va teniendo coherencia con los resultados que se espera, es el segundo punto de interés para el desarrollo de estrategias metacognitivas.

Lo expresado anteriormente es reafirmado por Weinstein y Mayer (1986), elaboran las siguientes categorías como habilidades metacognitivas:

1. Planear el curso de la acción cognitiva, es decir, organizar las estrategias cuyo desarrollo conduzca al logro de alguna meta.

2. Tener conciencia del grado en el que la meta está siendo o no lograda.
3. Modificar el plan o la estrategia que haya sido implementada, cuando no esté resultando efectiva para alcanzar la meta fijada

Vale la pena preguntarse cómo se le enseña al estudiante hacer un plan? Desde la didáctica existen ejercicios que se puede decir tradicionales, donde se le pide al estudiante que con cierta cantidad de presupuesto organice una actividad recreativa a sus amigos y que anote los aspectos claves, sobre número de invitados, lo que se va a brindar a ellos, el espacio que se requiere etc. (Polya) dice que todo plan debe comenzar con la pregunta, propósito o meta, según el contexto del problema.

Una persona con habilidades metacognitivas no empezaría ajustar el fin de la tarea a las condiciones dadas, pues se quedaría corta en la respuesta, sino que a partir de las condiciones dadas genera otras nuevas que le permitan ir más allá de lo evidente. En matemática es común que situaciones problemas le piden al estudiante encontrar elementos que con los que tiene d forma directa no lo puede hacer, pero que si puede ir hallando otros datos (capitaliza) a partir de los que le dan y luego si responder la situación. Volviendo al ejercicio anterior de la organización de la actividad recreativa se espera que la respuesta de la mayoría de estudiantes sea ajustar la fiesta al presupuesto, pocos dirán que a partir de alguna inversión lograrán aumentar el presupuesto y hacer una actividad como se la imagina. En conclusión para aprender a planear se debe ir generando experiencias que inculquen liderazgo que le dé al estudiante el rol de dirigir y mirar diferentes alternativas para tomar las decisiones, regularlas y evaluarlas para lograr la meta.

En consecuencia a lo anterior se prioriza en el presente trabajo como diseño de intervención de estrategias metacognitivas. Las siguientes.

a. Instrucción directa: En esta estrategia se pretende que el estudiante tenga conocimiento sobre sus procesos cognitivo, llevándole a reflexionar con preguntas como. ¿Qué es aprendizaje? ¿Cómo se aprende? ¿Cómo sabes que aprendiste? Luego a luz de la teoría existente explicarle y que tenga conocimiento sobre los procesos cognitivos que en su cotidianidad hace uso para

aprender, como la atención, lenguaje y pensamiento entre otros. Esta actividad es acorde a lo planteado por Flavell, que dice lo primero para el desarrollo de habilidades metacognitivas, es conocer los procesos cognitivos.

b. Protocolo de finalización de clase: La segunda estrategia que se usará es la de gestión del aprendizaje a través de un protocolo que usa las pregunta metacognitiva.

El conocimiento es abundante, pero la habilidad para usarlo adecuadamente es escasa" (Kimiz Dalkir, Knowledge Management in Theory and Practice, MIT, 2011), de esta manera la sinapsis que se hace para dar respuesta a una situación o a una tarea, se limita si no se ha estructurado en forma jerárquica los saberes, es decir, si no se ha ordenado los conceptos las alternativas de relación disminuye, es lo que se denomina como conocimientos aislado dado que no se han asimilado las relaciones causales entre los saberes.

La estrategia de gestión de aprendizaje apunta al segundo aspecto que menciona, Kar y Parrila refiriéndose este a las secuencia lógicas de los contenidos y procedimientos en las estructuras mentales.

La sistematización es un aporte del sistema de gestión de aprendizaje, pero este no es su fin, pues es solo un medio que promueve el cuestionamiento y la reflexión por esa razón la segunda estrategia metacognitiva que se adhiere a la primera se denomina Gestión de aprendizaje, protocolo de finalización de clase.

2.2.3 Estrategias Metacognitivas.

“Las estrategias de aprendizaje constituyen uno de los focos de investigación más relevante en lo que se refiere a materia educativa. Éstas sirven como herramientas que facilitan la adquisición, desarrollo y puesta en marcha de procesos que permiten adquirir contenidos, facilitando un proceso de aprendizaje eficaz.” (Bara, 2001).

Antes de entrar en detalle al tema que nos cuestiona, estrategias metacognitivas se cree pertinente presentar la clasificación de (Bara, 2001), en cuanto a tres términos claves como son procesos, estrategias y técnicas.

Partiendo del trabajo de Beltrán (1993) citado por (Bara, 2001), vamos a distinguir los conceptos de proceso, estrategia y técnica. En este sentido podemos afirmar que los procesos de aprendizaje vienen representados por el conjunto de las fases que se realizan en el aprendizaje, en otros términos, los procesos no son más que los sucesos que se producen al aprender. En este sentido el autor aludido distingue los siguientes procesos de aprendizaje: - Sensibilización, Atención selectiva, Adquisición, Personalización y control, Recuperación, Transferencia Evaluación.

Las estrategias de aprendizaje por su parte son operaciones mentales que se utilizan para facilitar la adquisición, la retención y la recuperación del conocimiento.

En este sentido puede afirmarse que constituyen instrumentos al servicio de los procesos. Finalmente las técnicas son modos operativos más concretos de llevar a cabo las correspondientes estrategias, integrándose en este sentido en los procesos.

En cuanto a los antecedentes de estrategias metacognitivas se puede afirmar que han existido dos enfoques a la hora de introducir métodos de estudios que se sustentan en el enfoque psicológico.

En la forma de introducir los métodos de estudio han existido dos planteamientos diferentes, lo que se aborda como técnicas de estudio y los que optan por el denominado aprender a aprender.

En el primer caso, las técnicas de estudio, parten del término estudiar, entendido en esta ocasión como la adquisición de determinadas habilidades. Entre sus rasgos distintivos se encuentra el énfasis en la adquisición de habilidades, medio o recursos como en las técnicas para su desarrollo. Este enfoque tiene su referente en el conductismo, y en autores como Skinner y

Bloom. En este planteamiento se encuadran trabajos como los de Buzan (1988), Branford (1979), Paris y otros (1984), Dansereau (1985), Weinstein y Mayer (1986). La repercusión de estos métodos directivos ha sido notable en Estados Unidos.

La segunda concepción, el aprender a aprender, hace hincapié en la idea del aprendizaje entendida como actividad personal, centrada en la búsqueda de significado, de la plena comprensión. Se resalta el conocimiento que el sujeto debe tener sobre los objetivos y la relación con los mismos. Su origen lo encontramos en la psicología humanista, con autores como Rogers y Kelly, en esta concepción la persona es el objeto fundamental. Entre los exponentes de esta corriente encontramos a Gibbs (1977), Perry (1981), Coles (1985) y Selmes (1988). El desarrollo de esta concepción ha sido muy notable en Gran Bretaña y Australia.

En cuanto a las estrategias metacognitivas, Pintrich, P., D. Smith, T. García y W. McKeachie (1991) sugieren que hay tres procesos generales: el planeamiento, el control y la regulación.

Planeación: Esta estrategia permite al estudiante organizar y comprender más fácilmente un material de estudio, un planteamiento de un problema. Se centra en observar la forma como el estudiante establece el procedimiento de trabajo para resolver el problema.

Control: Esta estrategia se observa, cuando se evalúa la atención y cuestionamiento que el estudiante realiza en la solución de un problema, este procedimiento se mide al observar cuantas veces el estudiante hace uso de retroalimentación para determinar el mejor proceso para solucionar el problema.

Regulación: El estudiante hace ajustes continuos de los procesos cognitivos que realiza al solucionar un problema, se observa cuando al hacer entrega de procesos en la solución de problemas, hay cambios en su estructura, el estudiante debe entregar todo lo que realiza sin realizar borrado o tachado de algún procedimiento hecho.

Pintrich et al., 1991; Pintrich y García, 1993; establecen en las estrategias metacognitivas la regulación del esfuerzo, la cual alude a la habilidad del estudiante para persistir en las tareas a pesar de las distracciones o falta de interés; tal habilidad es de importancia para el éxito académico en la medida que implica compromiso con las actividades y tareas propuestas.

De acuerdo con el modelo de Flavell (1979) de metacognición y monitorización cognitiva, la habilidad de una persona para controlar “una amplia variedad de procesos cognitivos ocurre a través de las acciones e interacciones de cuatro clases de fenómenos: conocimiento metacognitivo, experiencias metacognitivas, metas, y acciones o estrategias”.

El conocimiento metacognitivo. Está concebido simplemente como esa parte del conocimiento global base que está relacionado con el contenido de esta área. El conocimiento metacognitivo puede subdividirse en tres categorías: El conocimiento de las variables de la persona; de las variables de tarea; y de las variables de la estrategia.

a) Variables de la persona. El conocimiento de las variables de la persona se refiere a aquellas sobre el conocimiento adquirido y creencias que conciernen a lo que las personas humanas son como organismos cognoscitivos (implicando aspectos afectivos, motivaciones, perceptivos, etc.) Hay tres sub-categorías de variables de la persona: *intra-individual*; *Interindividual* y *universal*. Un ejemplo de una variable intra-individual es la creencia de una persona de que es relativamente buena desenvolviéndose en temas de tipo verbal, pero mala en temas espaciales; En el caso de variables interindividuales, la comparación es entre, en vez de dentro de las personas. Ejemplos pueden ser las opiniones de que uno es más listo que sus padres, pero que sus padres son más reflexivos y atentos que algunos de los de sus amigos. Las variables más importantes son las ideas adquiridas sobre aspectos universales de la cognición y psicología humanas. Es difícil imaginar una cultura en la que la gente crece sin adquirir ninguna psicología ingenua; en particular, sin desarrollar ninguna intuición sobre cómo trabaja la mente humana. Por ejemplo, uno no puede imaginar a nadie pasando a la madurez sin tener algún tipo de intuición de que la memoria de corta duración es falible y de capacidad limitada.

b) Variables de tarea. La segunda sub-categoría es el conocimiento de las variables de tarea. El individuo aprende algo sobre cómo la naturaleza de la información encontrada afecta y condiciona cómo debe uno tratar con ella. Por ejemplo, la experiencia nos ha enseñado que la información muy difícil, muy densamente ofrecida, y muy poco redundante es muy problemática de procesar. Para comprender y tratar de una manera efectiva con dicha información es necesario proceder lentamente y con cuidado, y proceder profundamente y con autocrítica. Otras informaciones están ofrecidas dispersamente y contienen en su mayoría información familiar. La gente sabe si puede comprender esta información sin prestar mucha atención, y tienden a procesarla del mismo modo. Así, se aprende mucho sobre los diferentes tipos de información que se encuentran y sobre el tipo de proceso que cada clase de información requiere o no requiere. Además, dada una información, se aprende que diferentes tipos de trabajos condicionan diferentes tipos de procesos de información de los individuos. Uno aprende que en algunos casos las exigencias del trabajo son mucho más rigurosas y difíciles de lo que pueden ser en otros casos, y que uno tiene que tener estas exigencias en cuenta y actuar de acuerdo si se quiere alcanzar el objetivo.

c) Variables de la estrategia. También se aprende mucho sobre estrategias o procedimientos cognoscitivos de ir de aquí hasta allí a la hora de alcanzar varios objetivos (variables de la estrategia). Se ha sugerido (Flavell, 1981), que uno puede distinguir estrategias cognoscitivas de estrategias metacognitivas. Una estrategia cognoscitiva es aquella designada simplemente a llevar al individuo a conseguir algún objetivo o sub objetivo cognoscitivo. Por ejemplo, una estrategia cognoscitiva para obtener la suma de una lista de números sería obviamente sumarlos todos. El objetivo es encontrar la suma, y a la hora de conseguirlo los números son sumados.

En la misma situación, una estrategia metacognitiva podría ser sumar los números una segunda vez para comprobar que la respuesta es correcta. Si se trata del Producto Nacional Bruto o algo de igual importancia, uno podría comprobarlo sumándolos una tercera vez. El propósito de la segunda y tercera suma es, de alguna forma, diferente al de la primera. El propósito ya no es alcanzar el objetivo (estrategia cognoscitiva), sino sentirse completamente seguro de que se ha conseguido dicho objetivo (estrategia metacognitiva). De forma similar, algunas veces uno lee lentamente simplemente para aprender el contenido (estrategia cognoscitiva); otras veces uno lee

cosas rápidamente para tener una idea de cómo de fácil o difícil va a ser aprendido ese contenido (estrategia metacognitiva). O sea, uno lee por encima un texto para tener una idea sobre cuánto trabajo tiene por delante.

En el transcurso uno aprende sobre las estrategias cognoscitivas para hacer un progreso cognoscitivo y sobre estrategias metacognitivas para controlar el progreso cognoscitivo. Finalmente, se debería enfatizar que las variables de la persona, tarea y estrategia siempre interaccionan entre sí, y que también se adquiere la intuición sobre esa interacción. Por ejemplo, Yo puedo sentir que yo, y no mi hermano, lo haría mejor usando la estrategia A en vez de la estrategia B, porque el trabajo es de este tipo y no de ese otro. Dado el carácter cognoscitivo particular de uno y el trabajo particular, uno desarrolla intuiciones sobre qué estrategias son mejores a seguir.

La experiencia metacognoscitiva: La otra entidad conceptual más importante en la taxonomía de Flavell (1981), son las experiencias metacognoscitivas. Las experiencias metacognoscitivas son experiencias conscientes que son cognoscitivas y afectivas. Lo que las hace experiencias metacognoscitivas en vez de experiencias de otro tipo es que tienen que ver con ciertos esfuerzos e iniciativas cognoscitivas, más frecuentemente una corriente, en curso. Por ejemplo, si uno de repente tiene la sensación ansiosa de que no está entendiendo algo y quiere y necesita entenderlo, esa sensación sería una experiencia metacognoscitiva.

Uno está teniendo una experiencia metacognoscitiva siempre que se tenga la sensación de que algo es difícil de percibir, entender, recordar, o solucionar; si existe la sensación de que uno está lejos del objetivo cognoscitivo; si existe la sensación de que uno está, de hecho, a punto de conseguir el objetivo cognoscitivo; o si uno tiene la sensación de que la materia se está poniendo más fácil o más difícil de lo que era hacía un momento. Así, una experiencia metacognoscitiva puede ser cualquier clase de experiencia consciente efectiva o cognoscitiva que tenga que ver con la conducta de vida intelectual; a menudo, es pertinente a la conducta en una situación cognoscitiva en curso.

Las experiencias metacognoscitivas juegan un papel muy importante en la vida cognoscitiva diaria. Según uno va creciendo, aprende a interpretar y a responder apropiadamente a estas experiencias. La consecuencia contraria es que los niños jóvenes pueden tener esas experiencias conscientes, pero pueden no saber cómo interpretarlas muy bien; Los niños simplemente pueden no saber qué significan e implican estas experiencias. Recientes investigaciones apoyan esta consecuencia (Beal, Flavell, 1982; Flavell, Speer, Green, August, 1981; Singer, Flavell, 1981; y Dickson, 1981).

En coherencia con lo aportado por los autores vistos anteriormente otro recurso dentro de las estrategias metacognitivas se encuentra la pregunta cognoscitiva, Preguntas metacognitivas Las preguntas de orden metacognitivo son recursos que contribuyen al control del proceso de aprendizaje para optimizarlo. Éstas activan los procesos de planeación de objetivos, de procedimientos, la evaluación de los mismos y en general, la regulación del proceso de aprendizaje por parte del mismo sujeto que aprende. De acuerdo con el modelo de metacognición propuesto por Nelson & Narens (1990), entre los niveles objeto y meta existen dos flujos de información: monitoreo y control. El monitoreo es un flujo que va desde el nivel objeto al nivel meta, el control va en sentido contrario. Los autores también definen los juicios de metamemoria como valoraciones que el sujeto realiza sobre el estado de su proceso cognitivo para regularlo. Interpretando su modelo, estos juicios ocurren en el nivel meta; es decir, toman como materia prima la información obtenida del monitoreo, analizan esta información y producen una información de salida mediante la cual se ejerce el control.

De acuerdo con esta dinámica, las preguntas metacognitivas actúan como inductoras de juicios de metamemoria; facilitando la generación de tales juicios.

Durante el proceso cognitivo, el estudiante realiza juicios sobre sus respuestas, sobre el grado de acercamiento al objetivo, sobre la facilidad o dificultad del aprendizaje, y sobre las condiciones internas que regulan el proceso.

Por esta razón, tales juicios se pueden tipificar en estas categorías: Mediante los juicios sobre respuestas previas el estudiante valora qué tan acertado puede estar antes de responder a una pregunta cognitiva, o antes de realizar una tarea específica. Los juicios sobre el grado de acercamiento al objetivo permiten identificar qué tan lejos o tan cerca se encuentra el estudiante, ante el logro de un objetivo, en un momento determinado dentro del proceso de aprendizaje. Los juicios sobre el nivel de facilidad o dificultad permiten valorar qué tan fácil o qué tan difícil es realizar una determinada tarea como resolver un problema. Los juicios sobre los estados internos del sujeto constituyen estimativos de cómo se encuentran los niveles de satisfacción, de confianza, de seguridad y de motivación en determinada etapa del proceso cognitivo. Dado que las preguntas metacognitivas inducen juicios de metamemoria, se pueden definir prototipos como los siguientes: ¿Qué tan acertada es su respuesta? ¿Ha elegido la ruta acertada? ¿Qué tan fácil es resolverlo? ¿Cuántos intentos empleará? ¿Cuántos intentos lleva? ¿Qué tan difícil es? ¿Qué tan cerca se encuentra del objetivo? ¿Alcanzó el objetivo? ¿Cuánto tiempo empleará? ¿Está seguro de estar aprendiendo? ¿Se siente satisfecho con los logros? (Zambrano Germán, 2008).

La metacognición se aplica a distintas disciplinas y procesos de aprendizaje, como: la adquisición de un segundo idioma, aprendizaje de lectura y escritura, resolución de problemas, aprendizaje de matemática, problemas de atención, entre otros.

Mateos (2001) señala algunas preguntas del tipo metacognitivo ofrecidas por el docente o elaboradas por el propio estudiante.

En relación a la planificación:

- ¿Cuál es la naturaleza del problema?
- ¿Cuál es la meta?
- ¿Qué información y estrategias necesito?

En relación a la supervisión de la solución del problema:

- ¿Estoy alcanzando mis metas?
- ¿Necesito introducir cambios?

En relación a la evaluación:

- ¿He logrado alcanzar mis metas?
- ¿Por qué no ha funcionado?

Ríos (1999) menciona las siguientes funciones de los procesos metacognitivos:

PLANIFICACIÓN	SUPERVISIÓN	EVALUACIÓN
Anticipar las consecuencias de las acciones.	Determinar la efectividad de las estrategias de solución.	Establecer la correspondencia entre los objetivos propuestos y los resultados alcanzados.
Comprender y definir el problema.	Descubrir errores.	Decidir sobre la mejor solución.
Precisar reglas y condiciones.	Reorientar las acciones.	Apreciar la validez y pertinencia de las estrategias aplicadas.
Decidir un plan de acción.		

Por otro lado Frida Díaz y Gerardo Hernández (Díaz y Hernández, 1998) definen cuáles son las características esenciales de un estudiante que sabe cómo aprende. Y en virtud de ellas propone la creación de las estrategias y/o secuencias de aprendizajes propias para la maduración de los procesos metacognitivos en los estudiantes.

- Controla sus procesos de aprendizaje.
- Se da cuenta de lo que hace.
- Capta las exigencias de la tarea y responde consecuentemente.
- Planifica y examina sus propias realizaciones, pudiendo identificar los aciertos y dificultades.
- Emplea estrategias de estudio pertinentes para cada situación.
- Valora los logros obtenidos y corrige sus errores.

En lo que respecta a las habilidades metacognoscitivas, también sería de mucha utilidad que los propios estudiantes conocieran en qué consisten estos procesos cognoscitivos (considerando su nivel de desarrollo), ya que les proporcionaría esquemas conceptuales para reflexionar sobre su aprendizaje y poder llevar a cabo una auto-regulación consciente.

2.2.4 Métodos de enseñanza de las estrategias cognitivas y metacognitivas.

Las más numerosas y graves críticas a los programas de entrenamiento en estrategias de aprendizaje, se dirigen a su mantenimiento después de transcurrido el tiempo, el hecho de que no se generalicen a través de diferentes situaciones, y no se transfieran dentro de los dominios conceptuales (Palincsar y Brown, 1984).

Monereo (1990) señala la necesidad de un nuevo enfoque basado en la enseñanza de estrategias de aprendizaje de orden superior, con mayor poder de generalización. Esta necesidad ha dado lugar al inicio de una nueva corriente que recibe el nombre de <Enseñar a pensar>. Tama (1986) es quien ha explicado con mayor claridad este nuevo enfoque al identificar tres áreas que requieren de una mayor atención educativa:

1. Un área centrada propiamente en el Enseñar a pensar donde el interés máximo reside en implantar y desarrollar en los estudiantes un conjunto de habilidades cognitivas que les permitan optimizar sus procesos de razonamiento.
2. Una vertiente capitalizada por el Enseñar sobre el pensar, en la que se anima a los alumnos a tomar conciencia de sus propios procesos y estrategias mentales (metacognición), para de esta forma poder controlarlos y modificarlos, mejorando el rendimiento y eficacia en el aprendizaje individual, y por extensión en cualquier tarea de tipo intelectual.
3. Una última perspectiva que podríamos denominar el Enseñar sobre la base del pensar, y que se ocupa de incorporar objetivos de aprendizaje relativos a las habilidades cognitivas, dentro del currículum escolar, adaptándolas a las distintas áreas de contenido y a los diferentes niveles educativos. (Monereo, 1990; p. 5).

La aportación básica se circunscribe en el segundo punto: Enseñar sobre el pensar, es decir en la enseñanza de las habilidades metacognitivas. Son varios los autores que coinciden en que la metacognición es un punto clave para la generalización y transferencia de las estrategias de

aprendizaje (Selmes, 1988; Palincsar y Brown, 1984; Taylor, 1983; Duffy y Roehler, 1989; Pressley, *et al.* 1985).

Monereo sugiere tres métodos de enseñanza de las habilidades metacognitivas:

1. El modelamiento metacognitivo. El alumno tiene que imitar aquellas acciones cognitivas que son expresadas verbalmente por el maestro, y que al mismo tiempo hace explícitos los motivos que le llevan a efectuar cada ejecución.

2. El análisis y discusión metacognitiva. Consiste en reflexionar lo que ha hecho el aprendiz durante una tarea determinada, esto es, qué ha pensado, recordado, imaginado, para resolver el problema o cualquier otra cuestión de aprendizaje.

3. La autointerrogación metacognitiva. El sujeto se hace una serie de interrogantes antes, durante y después de la tarea, con la finalidad de establecer un sistema de autorregulación del proceso de pensamiento.

Otro aspecto importante que se debe considerar en la enseñanza de las estrategias es la <naturaleza longitudinal de las estrategias de aprendizaje>, de la que nos hablan Duffy y Roehler (1989). Estos autores afirman que las estrategias no se aprenden inmediatamente, los estudiantes necesitan tiempo, es decir una serie de lecciones sucesivas para reestructurar sus viejos conceptos. Para ello se apoyan en la evidencia de una investigación que realizaron sobre estrategias de lectura, en donde los estudiantes, después de cuatro meses a-aproximadamente, empezaron a demostrar cambios significativos en su aprendizaje. En función de esto señalan la necesidad de la consistencia de mensajes instruccionales durante todo este tiempo, para evitar la ruptura de la estructuración, que es lo que precisamente sucede cuando se cambia de táctica por pensar que la anterior no funciona.

Palincsar y Brown (1984) realizaron una investigación que parece ser bastante congruente con lo que Duffy y Roehler señalan sobre la <naturaleza longitudinal de las estrategias>, con la diferencia de que Palincsar y Brown le atribuyen el éxito de su intervención a dos factores más: al

procedimiento de la enseñanza recíproca y al entrenamiento de estrategias particulares, es decir, enfatizan la importancia de las actividades que se realizaban después de la lectura: resumir, hacer preguntas, predecir y, posteriormente, la clarificación dentro del contexto del diálogo recíproco maestro-alumno. Según las autoras, el método de la enseñanza recíproca, por sí mismo, podría ser la razón principal del éxito, porque dicho procedimiento proporciona, primero, un modelo de lo que los expertos realmente hacen cuando realizan una tarea, y segundo, permite al estudiante estar abierto a su nivel de competencia, o sea que se le obliga a responder sin necesidad de que llegue a ser un experto.

Lo anteriormente expuesto no lleva a considerar las siguientes estrategias como estrategias metacognitivas para el trabajo en el aula 1. El modelado metacognitivo, 2. La pregunta metacognitiva, 3. El trabajo en grupos cooperativos.

Modelado Metacognitivo. Es un método instruccional que tiene como objetivo que los estudiantes adquieran las estrategias, encaminándose a la “explicitación” de procesos, más que poner el énfasis en los resultados y de esta manera ir adquiriendo un comportamiento similar al de los expertos solucionadores de problemas o de cualquier área del conocimiento.

Se trata entonces de hacer público el proceso de pensamiento requerido para aplicar una estrategia. Cuando el profesor(a) está resolviendo un problema, va desarrollando pasos y el estudiante solo ve sus resultados. En el caso de la aplicación del modelado metacognitivo, el experto, además de resolver paso a paso, demostrando acciones, verbaliza las operaciones mentales que va considerando en cada uno de ellos, dando cuenta a su vez de las decisiones que va tomando en el proceso (Mateos, 2001).

Algunas de las características del modelado metacognitivo según Monereo (2002) son: es un método que no pretende que los alumnos imiten o repitan una serie de acciones observadas, sino que el experto sirva de ayuda a los estudiantes en el proceso de construcción de su propio modelo de actuación, frente a la resolución de problemas en este caso.

Otra de las características es que el docente explicita que la actuación puede ser diferente en función de la demanda de la tarea, de las características del contenido, del objetivo que se persiga, o de cualquier otra variable que sea relevante para la consecución de la misma.

Entre lo que explicita el docente tendrá que incluir diferentes informaciones tales como: de qué manera decide el proceso que seguirá, qué hace frente a las dificultades que se encuentra, cómo determina la adecuación de lo que hace en los objetivos que se propone lograr, etc. Dando a entender a los estudiantes que en función de los objetivos que se persigan, de las características del contenido a aprender y de la demanda a la cual se deba dar respuesta, se tendrá que adecuar el uso del procedimiento. Por tal motivo, el modelo que se ofrece no puede ser rígido (Duffy, Roheler y Hernan, 1988; Citados por Monereo, 2002).

La secuencia lógica para establecer este método en el aula será entonces: En un primer momento el profesor resuelve solo el problema; posteriormente, lo resuelven conjuntamente el profesor y alumno, siendo el primero quien guía el proceso; En un tercer momento, siguen resolviendo el problema conjuntamente, pero es el estudiante quien guía el proceso; Por último, en el cuarto estadio, el alumno resuelve los problemas de modo independiente.

En el modelado metacognitivo el docente ha de servir de “modelo” para los estudiantes en cómo resolver problemas matemáticos, haciendo uso de los procesos metacognitivos de planeación, control y evaluación, pero no solo muestra cómo resolver los problemas correctamente, sino que también comete deliberadamente (o no) errores que va corrigiendo; y de esta manera muestra a los estudiantes el modo de autorregularse durante la solución de problemas.

El objetivo básico de este método, es proporcionarle al alumno un modelo del cómo enfrentarse a los problemas matemáticos, utilizando un vocabulario adecuado y apropiado con respecto a la situación planteada, una metodología de trabajo ordenada y lógica, y una actitud positiva hacia la tarea que el estudiante deberá aprender para luego ponerla en práctica, no solo en el contexto matemático o en las otras disciplinas, sino también en su vida diaria.

Práctica Guiada: En esta fase del proceso se busca que los estudiantes practiquen el uso de estrategias metacognitivas en la solución de problemas matemáticos de tipo numérico Variacional del orden de razonamiento cuantitativo.

En este momento adquiere una función primordial la mediación docente, el cual deberá proporcionarles a los estudiantes la guía necesaria para ir alcanzando progresivamente un nivel más elevado de autonomía.

Para guiar esta práctica es necesario contemplar algunas condiciones (Brown y Palincsar, 1989): Adaptar la ayuda a las necesidades de los alumnos en un momento determinado, aumentar la ayuda cuando se incrementa la dificultad de la tarea y viceversa, Disminuir gradualmente la ayuda a medida que aumenta la habilidad de los estudiantes y orientar la ayuda a corregir los errores y mejorar el nivel de competencia.

El modelo que se destaca en esta fase es el utilizado por Pifarré (1998) en la guía propuesta por este autor “la hoja para pensar el problema”, la cual se estructura como una guía para el estudiante que le sirve de apoyo en el momento en que se enfrenta a una situación de este tipo, el docente a su vez va proporcionándoles a los estudiantes la retroalimentación del proceso.

La práctica guiada permite a los estudiantes aprovechar el andamiaje que les ofrece el docente, y que de esta manera puedan enfrentarse a tareas más complejas que aquellas que realizan rutinariamente.

La pregunta metacognitiva. Se trata de un método didáctico que tiene por objetivo, en último término, que el estudiante logre autorregular su conducta física y cognitiva para adquirir un aprendizaje o resolver un determinado problema. Consiste en enseñar al alumnado una guía o pauta de interrogantes que pueda ayudarle a tomar las decisiones oportunas cuando se enfrenta a una tarea de aprendizaje, destacando aquellos elementos, parámetros, dilemas y disyuntivas de la tarea que resultan más relevantes para su resolución. En un primer momento dicha guía se presenta externamente, y gradualmente se ofrecen oportunidades para que el alumnado la interiorice y llegue a utilizarla de forma adecuada e independiente. En este sentido se deben

distinguir dos fases en el proceso de enseñanza, una fase de interrogación en la que se enseña la guía externa (aun cuando puede haberse negociado previamente con los estudiantes), y una segunda fase de autointerrogación que consiste en la apropiación personal o cognitiva de la guía.

Los sistemas de interrogación y autointerrogación han resultado ser un sistema didáctico eficaz para mejorar el autoconocimiento del alumnado sobre sus propios mecanismos de aprendizaje y comprensión, como lo demuestran distintos estudios basados en la comprensión lectora o en la toma de apuntes. En términos generales se trata de un método que está indicado después de realizar un modelado, como un medio para sintetizar, en forma de interrogantes, la toma de decisiones que ha seguido el profesorado al «pensar en voz alta» sobre la tarea o actividad realizada.

Como lo plantea Tárraga (2008): La autoinstrucción implica decirse a sí mismo qué hacer antes y durante la resolución. Esta fase equivaldría a la fase previa de la mayoría de programas de enseñanza de estrategias de aprendizaje. Podría resumirse mediante la pregunta metacognitiva.

2.2.5 Trabajo cooperativo: Consolidando una estrategia de Intervención Metacognitiva.

La estrategia trabajo colaborativo al igual que las dos estrategias mencionada anteriormente hacen parte del grupo de actividades que se usaran en la intervención del presente proyecto. Se considera un título especial para su tratamiento conceptual dado que este recoge las funciones que se pretenden iniciar con las otras dos estrategias (Mateo, 2001) a fin de consolidar las estrategias metacognitivas como son planeación, ejecución control y evaluación.

El Aprendizaje Cooperativo implica una organización intencionada de los grupos, asignación de tareas específicas para cada uno de los miembros, y la presencia intencionada de los elementos: Interdependencia positiva, Responsabilidad individual, Interacción promotora cara a cara, Despliegue de habilidades sociales y Procesamiento de grupo. Beatriz Gomes de Duran (Gómez, 2013) las cuales se asume como:

Interdependencia positiva: Se refiere al sentido de pertenencia de cada uno de los estudiantes respecto al grupo al que fue asignado, y la claridad que tenga respecto a la importancia de trabajar en sintonía con los demás para llevar a cabo la tarea con éxito, de manera que los recursos individuales están al servicio de todos.

Responsabilidad individual: Permite que el rendimiento de cada estudiante dentro del grupo sea evaluado por sus propios resultados y no solamente por los del grupo. Por lo tanto, cada miembro aprende que tiene que esforzarse por dar lo mejor de sí en las tareas asignadas. Los estudiantes aprenden juntos y se pueden también desempeñar solos.

Interacción promotora cara a cara: Mediante la interacción promotora cara a cara los mismos estudiantes estimulan el aprendizaje de los demás. Este elemento ayuda a que todos se esfuercen por aprender y que logren con éxito el objetivo planteado en la actividad o tarea. Para estructurar este elemento conviene:

- Organizar los grupos para que se sienten juntos, con un buen contacto visual entre ellos y con el maestro.
- Generar un ambiente en el que comparten, se ayudan y se motivan entre sí, lo que además propicia el desarrollo del compromiso personal y emocional.
- Creer y valorar las capacidades del otro de manera que se desarrolle la confianza en sí mismo y en el otro.
- Estimular actividades en las que entre ellos se enseñen.
- Generar espacios para que expliquen, discutan y lleguen a acuerdos.

Despliegue de habilidades sociales: Para alcanzar las metas de la actividad académica propuesta, el grupo cooperativo tendrá que interactuar adecuadamente, o lo que es lo mismo, sus miembros habrán de desplegar destrezas para trabajar en equipo tales como permanecer en el

grupo; hablar en un tono de voz bajo; respetar turnos; saber escuchar, compartir, respetar y parafrasear ideas; expresar sentimientos; estar dispuesto a criticar planteamientos y no a las personas, y llegar a acuerdos para integrar las ideas, hasta alcanzar un nivel de madurez en el que se puede generar nuevos conceptos y autoevaluarse, entre otras.

Procesamiento de grupo: Este se da cuando el grupo puede reflexionar sobre su quehacer, compartir sus percepciones sobre cómo lo hicieron y cómo se sintieron, analizar la actividad adelantada, contrastar distintos puntos de vista y discutirlos. Este es un elemento muy importante en el aprendizaje cooperativo, que permite a los miembros del grupo identificar sus fortalezas y aquellos aspectos que pueden mejorar.

El trabajo cooperativo se caracteriza metodológicamente por:

- Creación de grupos bases de hasta cuatro estudiantes y asignación de roles a todos los integrantes del grupo.
- Grupos de expertos Para organizar los grupos de expertos se solicita que los estudiantes se reúnan en grupos por cada uno de los roles, para realizar una parte de la actividad propuesta por el docente. Ideas principales de esta actividad es que cada miembro del grupo de expertos debe estar listo para llevar a su grupo base las ideas principales de lo trabajado.
- Retorno al grupo base: cada integrante es experto del tema que le correspondió en grupo de expertos ahora debe socializar en su grupo base lo aprendido de modo que todos sean expertos igual que. El grupo base debe redactar un documento que recopile la apreciación de cada experto y la general del grupo.
- Plenaria: el docente orienta la plenaria en la que cada grupo debe exponer lo aprendido. Esta actividad no es necesariamente expositiva lo ideal es determinar en este momento que cada estudiantes realzo su función y todos saben los mismo.

Por último en este tipo de estrategias el rol de maestro es fundamental en cuanto a la planeación de la actividad de aprendizaje. Aquí, un maestro que trabaja con la metodología de aprendizaje cooperativo debe tomar decisiones con relación al objetivo académico y social por desarrollar. Esto es muy importante y es de esperarse que esté acorde con el plan de estudios estructurado al inicio, y con el monitoreo que va haciendo el profesor del desarrollo de su área.

2.2.6 Didácticas de las Matemáticas: Un lenguaje asequible para formar estructuras abstractas.

Para comprender la naturaleza de las dificultades es necesario conocer cuáles son los conceptos y habilidades matemáticas básicas, cómo se adquieren y qué procesos cognitivos subyacen a la ejecución matemática.

Tradicionalmente, la enseñanza de las matemáticas elementales abarca básicamente los procesos de razonamiento, ejercitación, modelación, comunicación y resolución de problemas (lineamiento curriculares de matemáticas, 1998).

Las tendencias afirma Fidela Velázquez Manuel han dominado la enseñanza de las matemáticas una es la enseñanza directa aquella impartida por el docente mediante una secuencia jerárquica bien estructurada. La segunda plantea la hipótesis de que la experiencia y los conocimientos previos están en la base del aprendizaje y que el conocimiento no puede transferirse como un producto elaborado de una persona a otro esto es, debe ser construido activamente desde la propia experiencia y no recibido pasivamente del entorno por el sujeto cognitivo. Estos dos amplios campos de teorías de aprendizaje tiene su origen en los trabajos que los psicólogos de la educación llevaron a cabo durante la primera mitad de este siglo, bajo las denominaciones de conductivismo y cognoscitivos.

Las teorías de aprendizaje de las matemáticas

Según Piaget. El conocimiento lógico-matemático se construye por abstracción reflexiva. Es decir Se abstraen las relaciones que hay entre los objetos.

El conocimiento lógico-matemático, que es el que ahora nos ocupa, tiene las siguientes características.

- No es directamente enseñable.
- Se desarrolla siempre en una misma dirección y esta es hacia una mayor coherencia
- Una vez que se construye nunca se olvida.

De importancia fundamental en la teoría de Piaget es la idea de que el niño en su desarrollo pasa por una serie de estadios o etapas, cada una de las cuales con una característica especial. La capacidad del niño para aprender y entender el mundo está determinada por el estadio particular en que se encuentre. Estos estadios son:

- Estadio sensorio-motor (edad aproximada 0 a 2 años).
- Estadio pre operacional (de 2 a 7 años).
- Estadio de las operaciones concretas (de 7 a 11 años).
- Estadio de las operaciones formales (desde los 11 años en adelante).

En el primer estadio o período sensorio-motor un logro importante del niño es el darse cuenta de que está separado del resto de las cosas y que hay un mundo de objetos independiente de él y de sus propias acciones.

El período preoperacional comprende un trecho muy largo en la vida del niño, durante el cual ocurren grandes cambios en su construcción intelectual, hecho que habrá que aprovechar y tener en cuenta en su formación. El niño en este estadio presenta un razonamiento de carácter intuitivo y parcial, razona a partir de lo que ve. Domina en él la percepción. Su estructura intelectual está dominada por lo concreto, lo lento, y lo estático. Es un período de transición y de transformación total del pensamiento del niño que hace posible el paso del egocentrismo a la cooperación, del desequilibrio al equilibrio estable, del pensamiento pre conceptual al razonamiento lógico. Se pueden considerar en este período dos etapas:

a) Preconceptual de 2 a 4 años en la que el pensamiento está a medio camino entre el Desarrollo del Pensamiento Matemático Infantil esquema sensomotor y el concepto. Las estructuras están formadas por conceptos inacabados que producen errores y limitaciones al sujeto. El razonamiento se caracteriza por percibir solamente algunos aspectos de la totalidad del concepto y por mezclar elementos que pertenecen verdaderamente al concepto con otros ajenos a él. b) intuitiva de 4 a 7 años. El pensamiento está dominado por las percepciones inmediatas. Sus esquemas siguen dependiendo de sus experiencias personales y de su control perceptivo. Son esquemas pre-lógicos.

El período de las operaciones concretas se caracteriza porque el niño ya es capaz de pensar lógicamente en las operaciones realizadas en el mundo físico. Se hace consciente de que algunos cambios son reversibles y comprenden las implicaciones que esto comporta. El pensamiento del niño comienza a descentrarse y es capaz de algunas inferencias lógicas.

El estadio final del desarrollo o de las operaciones formales se suele manifestar sobre los 11 años y está caracterizado por la posesión de un pensamiento lógico completo. El niño es capaz de pensar lógicamente, no sólo acerca del mundo físico sino también acerca de enunciados hipotéticos. El razonamiento deductivo característico de la ciencia comienza a ser posible.

Gastón Mialaret (1986). Plantea que es necesario partir de una acción real que primero es llevada a cabo por el niño, y que en un segundo momento le es narrada en voz alta mientras la está haciendo. El siguiente paso es solicitarle el nombre de la acción, después de haberla ejecutado, para luego hacer una representación gráfica de ella y poder llegar finalmente al símbolo.

Primera etapa. Acción misma, comienza admitiendo la necesidad de manipulación, de acciones con los objetos sobre las que reflexionar. En esto sigue a Piaget que considera que "las operaciones son acciones interiorizadas".

Segunda etapa. Acción acompañada por el lenguaje, la acción por sí sola no es suficiente y debe de estar apoyada por el lenguaje, iniciándose así en el vocabulario elemental del concepto

correspondiente. Las descripciones se hacen significativas, ya que cada una de ellas se sustenta en una acción simultánea.

Tercera etapa. Conducta del relato, sin necesidad de repetir una acción se puede narrar, la acción es evocada y recreada por su simple emisión verbal. Se puede afirmar que es en esta fase en la que la experiencia se transforma en conocimiento.

Cuarta etapa. Aplicación del relato a situaciones reales, actuando y esquematizando las conductas relatadas mediante objetos simples o material no figurativo.

Quinta etapa. Expresión gráfica de las acciones ya relatadas y representadas, supone un Desarrollo del Pensamiento Matemático Infantil paso más en el camino de la esquematización progresiva de la abstracción creciente y sobre todo en la matematización del problema que se está considerando.

Sexta etapa. Traducción simbólica del problema estudiado, último escalón para la asimilación matemática de un concepto.

Hay que destacar que los conocimientos que han llegado a la sexta etapa pueden convertirse más adelante en objetos sobre los que se inicia de nuevo el recorrido del ciclo completo.

Según Zoltan P. Dienes

1) Primera Etapa: Adaptación. A esta etapa corresponden los juegos libres o preliminares, como actividades "desordenadas", sin objeto aparente, permitiendo que el niño interactúe libremente con objetos concretos, los explore y encuentre satisfacción en la actividad misma, de donde surge la adaptación o propedéutica para las etapas posteriores.

2) Segunda Etapa: Estructuración. Es deseable una activada estructurada que reúna el mayor número de experiencias que conduzcan todas al mismo concepto para dar las reglas de juego (restricciones). Sin embargo, su característica es aún la ausencia de claridad en lo que se busca.

3) Tercera Etapa: Abstracción (Juego de Isomorfismo). Es el momento en que los niños obtienen la estructura común de los juegos y se deshacen de los aspectos carentes de interés. Aquí, se interioriza la operación en tanto relaciona aspectos de naturaleza abstracta, como la comparación entre dos objetos diferentes que comparten algunos aspectos, dando lugar a la toma de conciencia de la estructura de los juegos realizados. Consiste en hacer que el niño realice juegos que poseen la misma estructura pero que tiene una apariencia diferente.

4) Cuarta Etapa: Representación Gráfica o Esquemática. Representación de la estructura común de manera gráfica o esquemática como forma de visualización o manifestación de la misma.

5) Quinta Etapa: Descripción de las Representaciones. Es donde se nombran y se explican las propiedades de la representación con el lenguaje técnico del procedimiento u operación, introduciendo el lenguaje simbólico de las matemáticas.

6) Sexta Etapa: Formalización o Demostración. En este momento el niño es capaz de exponer lo aprendido de manera segura y de forma convencional, al mismo tiempo que tiene la facultad de devolverse, explicando cada uno de los procesos anteriores.

2.2.7 Didácticas de Las Matemáticas.

La didáctica de la matemática es el arte de concebir y de crear condiciones que pueden determinar el aprendizaje de un conocimiento matemático por parte del individuo. El aprendizaje se considera aquí como un conjunto de cambios de comportamientos que señalan, a un observador predeterminado, según sujeto en juego, que este primer sujeto dispone de un conocimiento (o de una competencia) o de un conjunto de conocimientos (o de competencias), lo que implica la gestión de diversos registros de representación, la creación de convicciones específicas, el uso de diversos lenguajes, el dominio de un conjunto de referencias idóneas, de

pruebas, de justificaciones y de obligaciones. Estas condiciones deben poder ser puestas en acción y reproducidas intencionalmente. Se habla en este caso de prácticas didácticas.¹ Dámore B. (2008).

Elementos de las didácticas de las matemáticas. Bruno D'Amore (2006) en su tratado didáctica de las matemáticas da a conocer los Elementos que hoy por hoy se tiene en cuenta en el proceso de enseñanza aprendizaje de esta área. Como primero señala relación conocimiento, maestro y estudiante como eje central del proceso de enseñanza. Si bien señala la importancia y rol de cada uno también señala que es en esta relación reciproca entre estos tres elementos en donde se centra papel pedagógico. Como segundo elemento señala el contexto, el cual debe entenderse desde los elementos de la relación anterior es decir existe un contexto social que encierra el trinomio maestro, estudiante y contenido pero también existe un contexto específico para cada ente así que en este orden, es claro entender que se debe hablar del contexto del maestro como guía del proceso de enseñanza, contexto del estudiante y contexto del contenido matemático. Por último señala como elemento la metas de aprendizaje y desempeños esperados por los alumnos.

D'Amore (2006) en cuanto al contenido da un especial tratamiento a lo que él denomina los objetos matemáticos. Afirma que una buena didáctica de las matemáticas está centrada en conocer la naturaleza de estos elementos en cuanto a su conceptualización. Por ello en sus estudios hace referencia al triangulo de la didáctica de las matemáticas como sigue.

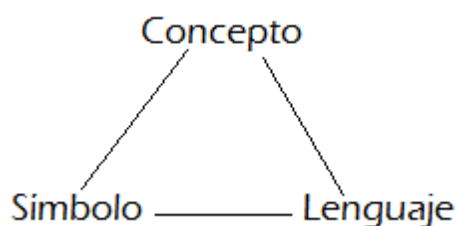


Figura 2. Triangulo de la didáctica de las matemáticas

Fuente: D'Amore (2006).

D'Amore (2006) tras esta ilustración caracteriza los objetos matemáticos como:

- Densos: Dado que su conceptualización depende del manejo del símbolo, interpretación adecuada del lenguaje matemático, algoritmo y representación.
- Ideográfico: dado que depende del símbolo para su representación
- Jerárquico: los conceptos matemáticos cumplen la condición de prerrequisito para su correcta comprensión.
- Abstractos: los objetos matemáticos son construcciones mentales del hombre con el fin de representa ideas y procesos matemáticos.

Por otro lado, dentro de las didácticas de las matemáticas, también se expresa la importancia del lenguaje matemático, además de la incursión de los que llama D'Amore como dialecto matemático, entendido este como el resultado del esfuerzo de la trasposición didáctica al pasar contenidos disciplinares al contexto escolar. El dialecto matemático es considerado pues como ese lenguaje transitorio entre el lenguaje natural y el lenguaje matemático. (Gráfico 6).

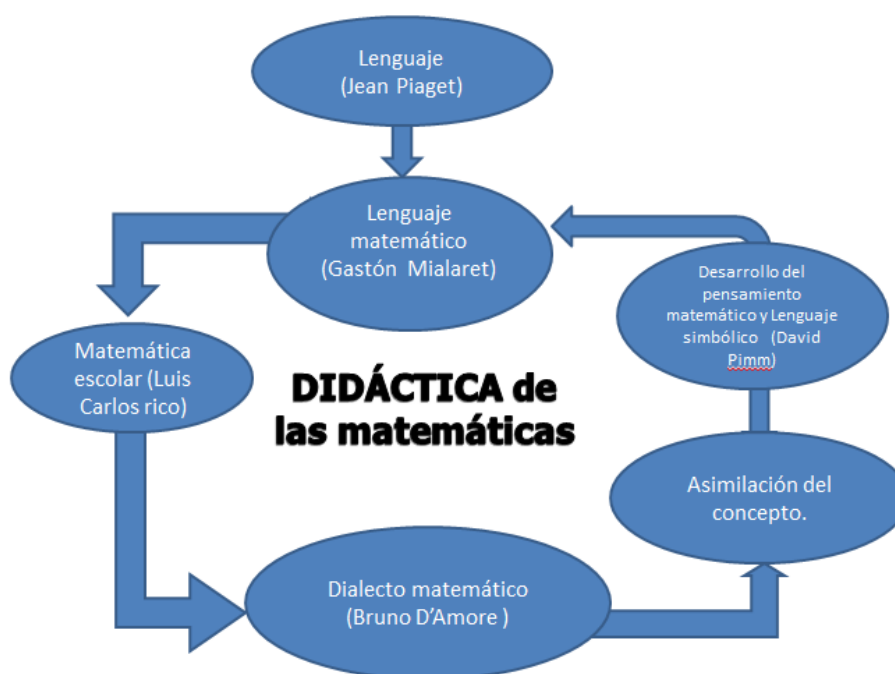


Gráfico 6. Didáctica de Las Matemáticas.

Fuente: Diaz y palomino (2009)

2.2.8 Pensamiento y Competencias de las Matemáticas.

El ministerio de educación nacional colombiano en los lineamientos curriculares de matemáticas (1998), su documento numero 3 estándares básicos de competencias (2002) proponen un marco teórico conceptual en que se explicita que se entiende por pensamiento matemático y competencias matemáticas además El documento de alineación de la prueba ICFES (ICFES 2013), En el cual se encuentra de manera detallada la definición de competencias genéricas y no genéricas en el contexto colombiano.

El pensamiento matemático consiste en la sistematización y la contextualización del conocimiento de las matemáticas. Este tipo de pensamiento se desarrolla y/o potencializa mediante la apropiación de contenidos que tienen que ver con ciertos sistemas matemáticos. Tales contenidos se constituyen en herramientas para desarrollar, entre otros, el pensamiento numérico, el espacial, el métrico, el aleatorio y el Variacional que, por supuesto, incluye al funcional. (Pensamiento variacional y funcional es el mismo).

Así pues hablar de pensamiento matemático constituye, habla de los 5 pensamientos referidos con anterioridad.

Competencia matemática. Se entiende por competencia al conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio-afectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y consentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores. P(49) . Además Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problemas significativos y comprensivos, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos (niveles de desempeño).

En este sentido ser matemáticamente competente requiere ser diestro, eficaz y eficiente en el desarrollo de cada uno de esos procesos generales de las matemáticas a saber: La formulación, tratamiento y resolución de problemas, la modelación, la comunicación, el razonamiento y la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos. En los cuales cada estudiante va

pasando por distintos niveles de competencia. Además de relacionarse con esos cinco procesos, ser matemáticamente competente se concreta de manera específica en el pensamiento lógico y el pensamiento matemático, el cual se subdivide en los cinco tipos de pensamiento propuestos en los Lineamientos Curriculares: el numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico y el variacional.

En este sentido el MEN en términos de la evaluación por competencias define tres competencias específicas en el área de las matemáticas, base de las evaluaciones estandarizadas saber y saber 11 las cuales son competencia comunicativa, razonamiento y resolución de problemas. Estas tres competencias se valúan encada uno de los pensamiento y en cada uno de los niveles de desempeño.

Competencias de las matemáticas. Dentro de las diferentes competencias que pueden desarrollarse a lo largo del proceso educativo hay una categoría que merece especial atención: la de las competencias genéricas, entendidas como aquellas que resultan indispensables para el desempeño social, laboral y cívico de todo ciudadano, independientemente de su oficio o profesión. Competencias (no-genéricas) propias de oficios o actividades laborales particulares, que resultan de un entrenamiento especializado. Por esa razón, las competencias genéricas han sido catalogadas como “competencias para la vida”.

Es importante insistir en que competencias genéricas no se refiere simplemente a competencias “desde el punto de vista del funcionamiento básico de la sociedad y la supervivencia inmediata de los individuos”. Se refiere a “competencias desde la perspectiva de una vida exitosa y una sociedad que funcione adecuadamente, teniendo en cuenta los beneficios sociales que puede brindar un individuo adecuadamente educado para una economía productiva, la democracia, la cohesión social y la paz”.

Además las competencias genéricas tienen las características de ser Longitudinal.

Las competencias genéricas deben desarrollarse a lo largo de la totalidad del proceso educativo; todos los ciclos deben contribuir significativamente a ello y Transversal.

Todas las áreas curriculares deben contribuir al desarrollo de competencias genéricas. Es claro que todas las clases, ejercicios, etc. que se desarrollan en las instituciones educativas involucran, en mayor o menor medida según sea el caso, competencias genéricas.

Competencias genéricas y no genéricas. Aquellos contenidos de las matemáticas que son de carácter genérico se denominan razonamiento cuantitativo.

Razonamiento cuantitativo. Con la expresión “razonamiento cuantitativo” se designan “aquellas habilidades matemáticas con las que todo ciudadano debería contar, independientemente de su profesión u oficio, para poder desempeñarse adecuadamente en contextos cotidianos (...). Al hablar de *razonamiento cuantitativo* se hace referencia a un conjunto de competencias que resultan de un entrenamiento en algunas áreas de las matemáticas, y a la manera de aplicar esas matemáticas en contextos prácticos” (ICFES 2013). En este orden de ideas, con el nuevo examen se producirían resultados tanto de matemáticas en términos generales como de razonamiento cuantitativo en particular, diferenciándolos explícitamente. El resultado en Matemáticas se obtendría con la totalidad de preguntas de la prueba, y el de Razonamiento Cuantitativo únicamente con aquellas preguntas previamente catalogadas como genéricas.

Para clasificar una pregunta como genérica o no-genérica se deben tener en cuenta el contexto que plantea y los conocimientos que requiere para su resolución. Este punto se desarrolla en los dos apartados que siguen.

Contextos. Mientras que las preguntas de carácter no-genérico pueden plantear situaciones abstractas, propias de la matemática como disciplina, las preguntas de razonamiento cuantitativo se enmarcan en situaciones propias de la vida cotidiana. Estas situaciones son usualmente de los siguientes tipos:

- Financieras, de divulgaciones científicas, sociales y ocupacionales.
- Conocimientos.

Los conocimientos que involucraría la prueba corresponden a los conocimientos matemáticos establecidos en los Estándares. En la siguiente Tabla se presentan los conocimientos que serían evaluados sistemáticamente en la prueba de *Matemáticas* propuesta, clasificados como *genéricos* o *no-genéricos*. (Tabla 1).

Tabla 1.

Conocimientos en la Prueba de Matemáticas (ICFES, 2013).

Tipo	Conocimientos genéricos	Conocimientos no genéricos
Numérico.	Orden de números e intervalos.	Sucesiones y límites.
	Números racionales (representados como fracciones, razones, números con decimales, o en términos de porcentajes).	Números reales
Numérico variacional.	Operaciones aritméticas (suma, resta, multiplicación, división y potenciación), composición de operaciones y uso de sus propiedades básicas.	Funciones polinomiales, racionales, radicales, exponenciales y logarítmicas.

Tipo	Conocimientos genéricos	Conocimientos no genéricos
Geométrico métrico.	Figuras geométricas básicas (triángulos, cuadrados, rectángulos, rombos, círculos, esferas, cubos). Relaciones de paralelismo y ortogonalidad entre rectas.	Figuras geométricas simples (polígonos, pirámides, elipses). Construcciones geométricas complejas.
Métrico.	Magnitudes y unidades físicas (tiempo, peso, temperatura). Aproximación y orden de magnitud.	Notación científica.
Métrico variacional.	Sistemas de coordenadas cartesianas bidimensionales.	Sistemas de coordenadas cartesianas tridimensionales y polares.

	Relaciones lineales. Representación gráfica del cambio. Razones de magnitudes: velocidad, aceleración, tasas de cambio, tasas de interés, densidades. Proporcionalidad directa e inversa.	Crecimiento polinomial y exponencial. Periodicidad.
Númérico – aleatorio.	Intersección, unión y contención entre conjuntos.	Combinaciones y permutaciones.
	Conteos que utilizan principios de suma y multiplicación.	
Métricoaleatorio	Promedio, rango estadístico.	Medidas de tendencia central y dispersión.
	Azar y relaciones probabilísticas entre eventos complementarios o independientes.	Muestreo e inferencias muestrales.

2.2.9 Resolución de problemas desde las matemáticas escolares.

Modelo Polya. El modelo de George Pólya (1945), quien en su libro: *Howtosolveit*, propone una metodología de cuatro etapas para resolver un problema. A cada etapa le asocia una serie de preguntas y sugerencias que aplicadas adecuadamente ayudarán a resolver un problema. Las cuatro etapas y las preguntas se detallan a continuación.

Comprender el problema. Parece, a veces, innecesaria, sobre todo en contextos escolares; pero es de una importancia capital, sobre todo cuando los problemas a resolver no son de formulación estrictamente matemática. Es más, es la tarea más difícil, por ejemplo, cuando se ha de hacer un tratamiento informático: entender cuál es el problema que tenemos que abordar, dados los diferentes lenguajes que hablan el demandante y el informático.

- Se debe leer el enunciado despacio.
- ¿Cuáles son los datos? (lo que conocemos)
- ¿Cuáles son las incógnitas? (lo que buscamos)
- Hay que tratar de encontrar la relación entre los datos y las incógnitas.
- Si se puede, se debe hacer un esquema o dibujo de la situación.

Trazar un plan para resolverlo. Hay que plantearla de una manera flexible y recursiva, alejada del mecanicismo.

- ¿Este problema es parecido a otros que ya conocemos?
- ¿Se puede plantear el problema de otra forma?
- Imaginar un problema parecido pero más sencillo.
- Suponer que el problema ya está resuelto; ¿cómo se relaciona la situación de llegada con la de partida?
- ¿Se utilizan todos los datos cuando se hace el plan?

Poner en práctica el plan. También hay que plantearla de una manera flexible y recursiva, alejada del mecanicismo; tener en cuenta que el pensamiento no es lineal, que hay saltos continuos entre el diseño del plan y su puesta en práctica.

- Al ejecutar el plan se debe comprobar cada uno de los pasos.
- ¿Se puede ver claramente que cada paso es correcto?
- Antes de hacer algo se debe pensar: ¿qué se consigue con esto?
- Se debe acompañar cada operación matemática de una explicación contando lo que se hace y para qué se hace.
- Cuando se tropieza con alguna dificultad que nos deja bloqueados, se debe volver al principio, reordenar las ideas y probar de nuevo.

Comprobar los resultados. Es la más importante en la vida diaria, porque supone la confrontación con contexto del resultado obtenido por el modelo del problema que hemos realizado, y su contraste con la realidad que queríamos resolver.

- Leer de nuevo el enunciado y comprobar que lo que se pedía es lo que se ha averiguado.
- Debemos fijarnos en la solución. ¿Parece lógicamente posible?
- ¿Se puede comprobar la solución?
- ¿Hay algún otro modo de resolver el problema?
- ¿Se puede hallar alguna otra solución?

- Se debe acompañar la solución de una explicación que indique claramente lo que se ha hallado.
- Se debe utilizar el resultado obtenido y el proceso seguido para formular y plantear nuevos problemas.

Modelo de Mayer. Richard E. Mayer (2002), propone un modelo de solución de problemas en el que distingue cuatro componentes: traducción del problema, integración del problema, planificación de la solución y supervisión, y ejecución de la solución.

El primer componente es la traducción del problema, que consiste en la capacidad para traducir cada proposición del problema a una representación mental, expresada en una fórmula Matemática. Según Mayer, esta habilidad requiere de dos tipos de conocimiento: Conocimiento lingüístico (conocimiento del idioma en que está escrito el enunciado), y el conocimiento semántico (conocimiento sobre los referentes reales a los que se refiere el problema).

El segundo componente es el proceso de integración del problema, el cual supone un conocimiento específico de los diversos tipos de problemas, a partir de un esquema adecuado a dicho problema.

El tercer componente identificado por Mayer, es la planificación y supervisión del problema, que hace referencia a la habilidad del sujeto para generar un plan mediante el planteamiento de objetivos dentro del problema, y a la habilidad para supervisar o monitorizar los procedimientos mediante los que se sigue el plan.

Por último, el cuarto componente, es la ejecución de la solución; la aplicación de las reglas de la aritmética siguiendo el plan anteriormente elaborado. Este proceso requiere de conocimiento procedimental, necesario para hacer efectivos los procedimientos que se han planificado en la fase anterior.

Modelo de Schoenfeld. Schoenfeld llegó a la conclusión de que cuando se tiene o se quiere trabajar con resolución de problemas como una estrategia didáctica hay que tener en cuenta situaciones más allá de las puras Heurísticas; de lo contrario no funciona, no tanto porque las heurísticas no sirvan, sino porque hay que tomar en cuenta otros factores. Y señala algunas dimensiones a tener en cuenta como son:

Recursos: Éstos son los conocimientos previos que posee el individuo; se refiere, entre otros, a conceptos, fórmulas, algoritmos, y, en general, todas las nociones que se considere necesario saber para enfrentarse a un determinado problema.

- Inventario de recursos.
- Circunstancias estereotípicas.
- Recursos defectuosos.

Heurísticas: Una característica de este modelo es que no propone una sola alternativa para resolver un problema, la repetición, la mecanización, los bosquejos, la lectura en voz altas son técnicas que posibilitan el aprendizaje. Además afirma que se deben conocer, saber usar y tener la habilidad para aplicar el mayor número de heurísticas posibles.

Control: Se refiere a cómo un estudiante controla su trabajo. Si ante un determinado problema puede ver una serie de caminos posibles para su solución, el estudiante tiene que ser capaz de darse cuenta si el que seleccionó en determinado momento está funcionando o si va hacia un callejón sin salida; es decir, tiene que darse cuenta a tiempo, retroceder e intentar de nuevo por otra vía. Algunas acciones que involucran el control son:

- Entendimiento: tener claridad acerca de lo que trata un problema antes de empezar a resolverlo.
- Consideración de varias formas posibles de solución y seleccionar una específica, sea: hacer un diseño.
- Monitorear el proceso y decidir cuándo abandonar un camino no exitoso y tomar uno nuevo. Llevar a cabo ese diseño que hizo, estar dispuesto a cambiarlo en un momento oportuno.
- Revisar el proceso de resolución.

Schoenfeld propone algunas actividades que, según él, pueden desarrollar las habilidades de las personas para el control:

Tomar videos durante las actividades de resolución de problemas. El video luego se pasa a los estudiantes para que vean qué es lo que han hecho, porque, en general, resuelven un problema y, al final, se les olvida qué fue lo que hicieron.

El docente debe tomar las equivocaciones como modelo; es decir, poner un problema en la pizarra, tratar de resolverlo (aun cuando sepa la solución), escoger una estrategia que sabe que no va a llevar a un término y ver en qué momento se decide que esa no lleva a ninguna parte y se opta por otra.

El profesor resuelve problemas como modelo, y, posteriormente, debe discutir las soluciones con todo el grupo para que cada uno aporte ideas.

Es muy importante cerciorarse si los estudiantes entienden el vocabulario utilizado en la redacción de un ejercicio o de un problema; se debe hacer preguntas orientadoras y evaluar métodos sugeridos por los mismos estudiantes.

También propone que se resuelvan problemas en pequeños grupos, en un ambiente de trabajo colaborativo; esto para potenciar el desarrollo de habilidades relacionadas con alguna materia, y, así, que cada uno pueda aprender sobre la forma en que los demás controlan su trabajo.

Sistema de creencias: Las creencias sobre la matemática inciden notablemente en la forma en que los estudiantes, e incluso los profesores, abordan la resolución de algún problema. Schoenfeld dice que hay que tener en consideración distintos sectores: las creencias de los profesores, los estudiantes, y las creencias sociales con respecto a lo que es la Matemática (que incluso determinan el currículo, la forma de los libros de texto, etc.). Las creencias del profesor y el estudiante determinan lo que sucede en la clase, pero todo eso está inmerso en un marco general determinado por las creencias sociales sobre la Matemática.

El aprendizaje de las matemáticas debe posibilitar al alumno la aplicación de sus conocimientos fuera del ámbito escolar, donde debe tomar decisiones, enfrentarse y adaptarse a situaciones nuevas, exponer sus opiniones y ser receptivo a las de los demás. (Lineamientos curriculares de matemáticas MEN, 1998). El marco teórico conceptual descrito en este título se procura documenta lo complejo del proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas y las exigencias en la formación de ciudadanos competentes según los lineamientos del ministerio de educación nacional (MEN).

En este recorrido se pretende denotar como en cada una de las etapas, estadios o momento para el aprendizaje de las matemáticas los teóricos describen una fase personal del sujeto que aprende (Etapa intuitiva (Piaget), Acción acompañada por el lenguaje (Mialaret), Abstracción (Dianes Z.) esto implica trabajar desde adentro de la mente del estudiante lo cual sería imposible y lo único que nos queda es entregar ese poder al estudiantes quien es el único con la facultad de poder describir su proceso de pensamiento. Ahora bien el estudiante debe hacerse consciente de su rol en el proceso de aprendizaje y esto se hace posible mediante el uso de estrategias meta cognitivas.

“Lo que una persona sabe o cree acerca de su habilidad para aprender o hacer matemáticas, como controla y regula su propia conducta mientras realiza tareas matemáticas, puede tener poderosos efectos en el propio desempeño de la disciplina” (Garáfalo y Lester 1985).

Por otro lado el conocer el tratamiento a la solución de situaciones problemas permite a los investigadores realizar mejores propuestas de intervención en pro de dar respuesta a nuestra pregunta de investigación.

3. CAPITULO III

3.1 Contextualización

La presente investigación se desarrolló en las Instituciones Educativas San José de Majagual-Sucre y Aguas Negras de Montería. A continuación se describen las características de las dos instituciones mostrando que cualitativamente se evidencian similitudes que se consideran apropiadas para poder aplicar el diseño de investigación. De igual forma al iniciar el proceso investigativo se aplicó un estadístico para garantizar que no existen diferencias estadísticamente significativas entre los grupo objeto de estudio.

La institución educativa San José de Majagual, en el año actual (2016) cuenta con cuatro sedes San José (bachillerato), Sagrado corazón (primaria), San Vicente (primaria), y La Ladera (primaria). Tiene una población estudiantil de 1384 estudiantes de los cuales 733 son de bachillerato (94 en noveno), 570 de primaria y 81 de preescolar.

La actividad económica predominante en la zona de Majagual Sucre, es la agricultura (cultivo de arroz principalmente) y en un segundo plano la ganadería y la pesca.

Majagual es un municipio del norte de Colombia, en el sur oriente del departamento de Sucre (subregión de La Mojana). El municipio limita al norte con Sucre-Sucre, al sur con Guaranda, al este con Achí, al oeste con San Benito Abad y Ayapel. Su jurisdicción, recibe las corrientes del río Cauca en buena parte de su territorio y de la Mojana, que lo recorre hasta su desembocadura en el San Jorge. Está a 219 kilómetros de la capital Sincelejo con vía de acceso fluvial y terrestre.

La Institución Educativa Aguas Negras de carácter oficial, en el año 2016 cuenta con 3 sedes, Aguas negras (Pre-escolar - primaria y bachillerato), sede Las Babillas (Preescolar y Primaria) Sede California (primaria), la institución se encuentra ubicada en el corregimiento de Aguas Negras, un caserío donde las familias viven en su mayoría del jornal del trabajo, los jóvenes buscan en el moto-taxismo la fuente para la subsistencia, un porcentaje muy bajo de los

padres de familia es profesional y laboran en empresas públicas o privadas de la ciudad, la población estudiantil es de 1306 estudiantes, en grado noveno (grupo experimental) hay dos grupo con 65 estudiantes.

3.2 Diseño Metodológico

Este estudio está enmarcado en un método cuantitativo. La investigación cuantitativa en educación pretende de manera muy general “explicar fenómenos al recoger datos numéricos que se analizan utilizando métodos estadísticos” (Muijs, 2004, p.1).

Teniendo en cuenta las características del contexto donde intereso adelantar esta investigación la viabilidad de acceso a los grupos y los referentes de diseño metodológico, se asume un estudio con enfoque transversal (Bono, 2012) que en la universidad de Barcelona clasifica formas de diseños cuasiex-perimentales según dos estrategias A: Transversales; B: Longitudinales.

Así este estudio no puede cumplir los requerimientos de un “experimento verdadero”, porque las pruebas se aplican a grupos intactos de manera intencionada, las medidas pre y post se aplican con finalidad comparativa entre grupos relacionados, de manera dinámica y entre grupos independientes a manera de comparación estática. Según Bono diseños cuasi experimentales con estrategia transversal pueden realizarse por “consideraciones prácticas” se reconoce dificultades en este diseño por el difícil control de variables intervinientes o extrañas propias del desarrollo de la investigación aplicada, como es el caso de este estudio.

Características	
Investigación básica	Investigación aplicada
OBJETIVOS	
Causalidad	Causalidad y estudio del cambio
EFECTOS INFERIDOS	
Efectos causales no espúrios	Efectos causales con riesgo de espuridad
SUPUESTOS Y CONDICIONES	
Propios del paradigma experimental	Propios del paradigma experimental
FUENTES DE CONFUNDIDO	
Fuerte control	Escaso control
SELECCIÓN DE LAS UNIDADES	
Aleatoria	Sesgada
VALIDEZ ENFATIZADA	
Validez interna	Validez externa
ALCANCE DE LOS RESULTADOS	
Restringido	Muy generalizables

12

Figura 3. Características de la investigación básica y aplicada.

Dentro de los diseños transversales mencionados y sus características se establece que este estudio cumple con los requisitos de un diseño de grupo control no equivalente. En Colombia se realizan estudios comparativos censales desde el ministerio de educación nacional (MEN) a partir de la alineación curricular, estándares y referentes de calidad comunes para todas las instituciones educativas estatales y estrategias de intervención, dichos referentes permiten la comparación entre instituciones, municipios, departamentos, regiones y estado. En este contexto se podrían suponer investigaciones de tipo comparativo, atendiendo al nivel de desempeño en torno a los lineamientos del MEN para el aprendizaje de los estudiantes. Ejemplos de este tipo de estudios comparativos se encuentran los realizados por Enrique Chaux (2013), los Estudios Regionales Comparativos y Explicativos, SERCE (2015); Informe-Regional-EFA2015 entre otros, en los cuales aunque no se declara de forma explícita el diseño de grupos no equivalentes es de entender que al comparar departamento en torno a evaluaciones estándares y/o estrategias empleadas por el MEN se hace uso de este diseño.

El tipo de investigación realizada es una investigación cuasi –experimental con grupo control no equivalente. La investigación cuasi experimental tiene la particularidad que el investigador no puede efectuar al azar la asignación de los sujetos a los grupos, esto expresa que los grupos no están asignados aleatoriamente (Bisquerra, 2004).

Según Hernández (2000) en los diseños cuasi- experimentales los sujetos no son asignados al azar ni emparejados, sino que dichos grupos ya están formados antes de realizar la experimentación, son grupos intactos. Sin embargo, como lo dicen Campbell y Stanley, estas investigaciones pueden tener, en diversos grados, tanto validez interna como externa.

Los cuasi experimentos poseen aparentemente todas las características de los experimentos verdaderos. La principal diferencia con éstos estriba, según los casos, es la imposibilidad de manipular la variable independiente y/o asignar aleatoriamente los sujetos a las condiciones experimentales. Comparten con los experimentos de campo su ejecución en ambientes naturales, lo cual les otorga un escaso control. Podrían ser calificados de adaptaciones más o menos ingeniosas de los experimentos verdaderos, con el objetivo de separar los efectos debidos a la intervención de aquellos provocados por las variables no controladas. (Campbell y Stanley, 1966; Cook y Campbell, 1979; Gómez y Hombrados, 1988; Ato, 1995).

En el estudio cuasi-experimental las comparaciones entre las mediciones de la variable dependiente y sus interpretaciones son las mismas que en el diseño experimental de pre prueba- pos prueba con grupo de control, solamente que en el diseño cuasi experimental, los grupos son intactos y en la interpretación de resultados debemos tomarlo en cuenta. (Campbell y Stanley, 1995).

Se aplica un diseño de grupo control no equivalente Campbell y Stanley (1963), este diseño consiste en un estudio en el que a uno o varios grupos se les aplica una intervención (variable independiente); y se comparan con uno o varios grupos control, que no reciben la intervención. Debido precisamente a la ausencia de aleatorización en la asignación de las unidades (grupos), es posible que se den diferencias en las puntuaciones antes.... Estas diferencias son la causa de la no-equivalencia inicial de los grupos. Así, cuando en la formación

de los grupos no interviene el azar, es posible que los grupos presenten sesgos capaces de contaminar el efecto del tratamiento. Partiendo de este planteamiento, se tienen diseños cuyos grupos no pueden ser considerados ni homogéneos, ni comparables. Por esa la razón, se han buscado alternativas al clásico modelo de Análisis de la Varianza a fin de modelar, en el supuesto de que se conozcan, las potenciales fuentes de sesgo y distorsión y, de esa forma, controlarlas. Las diferencias entre las puntuaciones antes se dan por las siguientes razones: 1. Cuando el tratamiento es aplicado a un grupo (escuela, clase, etc.), y otro grupo (escuela, clase, etc.) es tomado como control; 2. Cuando se ha planificado un auténtico experimento, pero por razones de mortalidad, contaminación de las unidades del grupo control por los artefactos experimentales o por la variación del tratamiento experimental, el experimento verdadero se convierte en un cuasi-experimento; 3. Cuando, debido a la limitación de recursos, el tratamiento sólo es aplicado a un grupo seleccionado; 4. Cuando los sujetos se auto-seleccionan. En estas razones también se justifica la utilización del diseño en la medida que describe la realidad de la investigación realizada.

Sin embargo, en todos los grupos se efectúan las mediciones basales y posteriores a la aplicación de la intervención. Por lo anteriormente expuesto, se desprende que existen variantes de este tipo de diseños, entre las que destaca el Diseño de grupo control no equivalente pre test y pos test. En esta variación, los grupos forman conjuntos similares, a los que se les asigna de forma aleatoria la (s) intervención (es). Es decir, no existe una asignación aleatoria real a partir de una muestra de la población blanca, sino que son dos grupos parecidos a los que se les asigna una intervención u otra; por lo que presentan una importante fuente de sesgos (Cook y Campbell, 1979, pp.117-118; Cook, Campbell y Peracchio, 1990, pp.).

Por otra parte, en el “diseño de grupos no equivalentes se manejan dos modalidades la primera. Sin pre test”; hay dos grupos, el experimental y denominado grupo control no equivalente (no hay Asignación aleatoria). Su característica principal es que en ninguno de los grupos se efectuó una medición basal de la variable dependiente; por ende, una de sus mayores debilidades es el no conocer de modo contundente, cual es la real variación ocurrida luego de la intervención en estudio (imposibilidad de utilizar procedimientos de ajuste estadístico). Para paliar esta situación, suele recurrirse al uso de mediciones previas procedentes de archivos, fichas

clínicas, etc. Con este formato, diferencias previas (de selección) entre los grupos pueden causar cambios en la variable resultado sin efecto alguno de la intervención en evaluación; por ello es imprescindible aplicar técnicas de control de sesgos y la segunda modalidad conformada por aquellos en los que se miden algunas variables antes y después de aplicada una intervención (una variante es cuando se usa un grupo de comparación al que no se aplicó ninguna intervención, pero en el que se realizan las dos mediciones, de modo tal de intentar identificar el efecto sobre los resultados de otras posibles variables). (Molina & Ochoa).

Con el fin de dar un tratamiento que evidencie un trato responsable del procedimiento en la ejecución del diseño, se tomaron cuatro (4) grupos con el fin de aplicar las dos modalidades del diseño cuasi-experimental con grupo control no equivalente; de modo que se toman dos grupos control uno con pre test de la institución educativa San José de Majagual y dos grupos experimentales, uno con pre test, de la institución educativa Aguas negras del municipio de Montería córdoba. (Tabla 2).

Tabla 2.

Distribución de grupos para en la aplicación del diseño cuasi experimental pre post.

Grupo	Formación de Grupos		Medida Pre-tratamiento	Tratamiento Experimental	Medida Pos-tratamiento
Experimental	A	Aguas negras	O1	X1	O2
Control	C	San José	O3	-	O4
Experimental	B	Aguas negras	-	X1	O5
Control	D	San José	-	-	O6

Uno de los antecedentes de este tipo de diseño en diferentes lugares simultáneamente es el adelantado por De Morales Ibáñez (2006) titulado Ansiedad y Estrés en donde el procesos de recopilación y análisis de datos se utiliza una complementariedad metodológica, una combinación de un diseño cuasi-experimental pre test-post test con un grupo control no equivalente, con una metodología cualitativa orientada a la interpretación de la profesora del proceso de intervención. La muestra está compuesta por 609 alumnos y 18 profesores de doce centros educativos del sistema público del País Vasco en los cuales algunas instituciones sirven de control.

De igual forma la investigación adelantada por María Dolores Prieto Sánchez (2002) de la Universidad de Murcia, en este trabajo se presentan los resultados obtenidos en la evaluación de un programa de desarrollo de la creatividad, puesto en marcha en el contexto normal de la clase y del currículo ordinario en los niveles de Educación Infantil y primer ciclo de Educación Primaria. En el estudio participan 232 alumnos escolarizados en dos centros educativos del municipio de Murcia, que tienen unas características socioeconómicas medias, la evaluación del efecto del programa de desarrollo de la creatividad se lleva a cabo mediante un diseño cuasiexperimental con grupo de control no equivalente y medidas antes y después de la intervención. Los resultados ponen de manifiesto efectos positivos de la intervención para la mejora de la creatividad, que varían según el aspecto de la creatividad evaluado, el tipo de centro y el nivel educativo.

Otro ejemplo, supuesto, para este tipo de diseños está inspirado en el recogido por Gómez Jacinto y Hombrados (1988, pp.157): un programa realizado por un equipo de la Universidad de Málaga cuyo objetivo era reducir el riesgo de enfermedades cardiovasculares a través de la práctica deportiva a nivel de grandes comunidades. En este programa participaron tres ciudades del sur de Andalucía. Las ciudades de Málaga y Granada fueron las ciudades que recibieron un programa de educación para la salud (X). Los resultados mostraron una reducción de riesgo de hasta un 20% en las dos ciudades que fueron expuestas al programa de educación para la salud; mientras que la ciudad control no tuvo cambios significativos en los índices de riesgo.

Dadas las condiciones similares en cuanto al diseño metodológico atendiendo a la conformación de población y muestra del presente estudio y el sustento teórico de Cambell y Stanley (2001) se presenta el siguiente esquema del diseño transversal con grupo control no equivalente.

Esquema del diseño transversal con grupo control no equivalentes:

Grupo	Formación de Grupos		Medida Pre-tratamiento	Tratamiento Experimental	Medida Post-tratamiento
Experimental	A	Agua negra	O1	X1	O2
Experimental	B	Agua negra	O3	-	O4
Control no equivalente	C	San José	-	X1	O5
Control no equivalente	D	San José	-	-	O6

Como se muestra en la Tabla se evidencia que hay dos grupos experimentales en una institución y dos grupos controles en otra institución.

El procedimiento del estudio, una vez seleccionada la muestra y asignado los tratamientos de los cuatro grupos es el siguiente:

- Decidimos qué grupos van a ser los experimentales y cuáles van a ser los de control y, qué grupo experimental y qué grupo de control va a tener medida pre-tratamiento. A continuación, tomamos dicha medida a los dos grupos elegidos.
- Aplicamos el tratamiento a los dos grupos experimentales: uno con medida pre y pos-tratamiento y el otro solamente con media post. Tomamos las medidas pos-tratamiento a los cuatro grupos.
- Realizamos los análisis de datos iniciando por las medidas pre-tratamiento O1 y O3 para comprobar la equivalencia de los grupos, hay que hacer un análisis de varianza de dos factores para ver la eficacia del tratamiento y el efecto de la medida pre, así como el posible efecto de interacción entre ésta y el tratamiento. Este ha surtido efecto si:

$$O2 > O1$$

$$O2 > O4$$

$$O5 > O6$$

$$O5 > O3$$

Este análisis posibilita comprobar la interacción entre la medida pre y el tratamiento y controlar las amenazas a la validez interna de historia y maduración. Si estas dos amenazas no han influido en los resultados O6 tiene que ser igual que O1, ya que en ninguna de las dos medidas ha habido influencia del tratamiento: sólo pasó el tiempo entre una y otra.

• Para ver si se ha producido sensibilidad a la medida pre, comparamos O6 y O4, ya que la única diferencia entre el grupo 4 y el 2 es que en éste se ha tomado una medida pre y en el 4 no. Luego si la medida pre no ha interactuado con el tratamiento no tendría que haber diferencias significativas entre O6 y O4. Para ver si ha influido la media pre también comparamos O5 con O2 y a que al ser el tratamiento el mismo para los dos grupos, la única diferencia entre los grupos es que uno tiene medida pre y el otro no. Por lo que si la medida pre no ha influido no deberían darse diferencias significativas entre O5 y O2.

En la institución de Majagual se tomaron 2 grupos de grado noveno, se tomaron de forma aleatoria dado que en la institución hay 3 grupos de este grado, en la institución Aguas Negras, se tomaron los únicos dos grupos que existen en este grado.

La siguiente es la estructura.

Tabla 3.

Asignación de los pre test, post test y tratamiento los grupos de muestra.

Instituciones	Grupo	Pre-test	Intervención	Post- test
Majagual (Sucre)	9 : A control	O1		O2
	9: B control			O6
Aguas Negras	9 :1 Experimental	O3	X1	O4
Montería	9: 2 Experimental		X1	O5

• Grupo 9°1 (experimental): a este grupo se le realizó el programa de intervención, pre prueba y post prueba.

• Grupo 9°2(experimental): a este grupo se le realizó el programa de intervención y la post prueba.

• Grupo 9° A (control): este grupo continuó con sus clases normales, recibiendo sus clases habituales de matemáticas. Se le aplico pre prueba y post prueba.

- Grupo 9° B (control): este grupo continuo con sus clases normales, en matemáticas continuaron con sus actividades habituales dentro del calendario escolar. Se le aplico solo post prueba.

Se define los momentos del diseño como sigue:

- O1: E1, Estudiantes de Aguas Negras del curso 9°1 a los que se les aplica el pre test.
- O2: E1, Estudiantes de Aguas Negras del curso 9°1 a los que se les aplica el post test.
- O3: C1, Estudiantes de San José del curso 9°A a los que se les aplica el pre test.
- O4: C1, Estudiantes de San José del curso 9°A a los que se les aplica el post test.
- O5: E2 Estudiantes de Aguas Negras del curso 9°2 a los que se les aplica el post test.
- O6: C2 Estudiantes de San José del curso 9°B a los que se les aplica el post test.

3.3 Población y Muestra

3.3.1 Población.

La población objeto de estudio es el grado noveno de las instituciones educativas San José de Majagual Sucre y Aguas negras de la vereda Aguas Negras del municipio de Montería – Córdoba, entre las dos instituciones hay cinco (5) grupos (Cuadro 1), en ambas instituciones solo hay una jornada, la matinal. La elección de los grupos experimentales y control, fue de manera aleatoria quedando la siguiente forma: grupo 9°1 IE Aguas Negras (Experimental), el grupo 9°2 IE Aguas Negras (Experimental), el grupo 9°A IE San José de Majagual (control) y el grupo 9°A IE San José de Majagual (control).

Cuadro 1.

Cuadro comparativo de estudiantes de grado noveno por EE.

IE SAN JOSÉ DE MAJAGUAL-SUCRE			
9° A	9° B	9° C	Total
32	26	25	83

IE AGUAS NEGRA DE MONTERIA-CORDOBA		
9°1	9°2	Total
37	33	70

3.3.2 Muestra

La muestra objeto de estudio son los grado 9°A y 9°B de la institución educativas San José de Majagual Sucre y 9°1 y 9°2 de la institución educativa Aguas negras de la vereda aguas negras de Montería –Córdoba, entre las dos instituciones hay cuatro (4) grupos.

Con la información suministrada de la coordinación académica se realizó un análisis descriptivo de las edades y genero de los estudiantes de grado 9° participantes de la muestra.

Cuadro 2.

Descripción demográfica

COLEGIO	GRUPO	FEMENINO	MASCULINO	NUMERO DE ESTUDIANTES	PROMEDIO DE EDAD
IE Aguas Negras de Montería.	91	20	17	37	14,8
	92	15	18	33	14,4
IE San José de Majagual Sucre.	9ª	19	13	32	14
	9B	9	16	25	14,4
TOTAL		63	64	127	14,4

Docentes participantes. En la presente investigación se contó con la participación de los docentes de matemáticas de grado noveno de cada establecimiento educativo. En la Tabla se describe su perfil laboral.

Tabla 4.

Perfil docente.

Institución educativa	Edad	Título profesional	Años en la docencia	Tipo de nombramiento
Aguas Negras de Montería.	31	Licenciado en educación básica con énfasis en matemáticas	6 años	Propiedad
San Jose de Majagual Sucre.	49	Licenciado en matemáticas	12 años	Propiedad

Ambos docentes se encuentran activos, y aunque su asignación académica varía de año a año casualmente llevan dos años impartiendo clases en grado noveno. A los participantes se les explicó las fases de la intervención educativa de carácter investigativo, propósito y roles de cada quien los cuales se comprometieron con colaborar en la puesta en práctica del plan de intervención y acatar la sugerencia metodológicas de los investigadores.

3.4 Variables de Estudio

3.4.1 Esquema de Variables.

Se muestra el esquema de variable en el siguiente Gráfico.

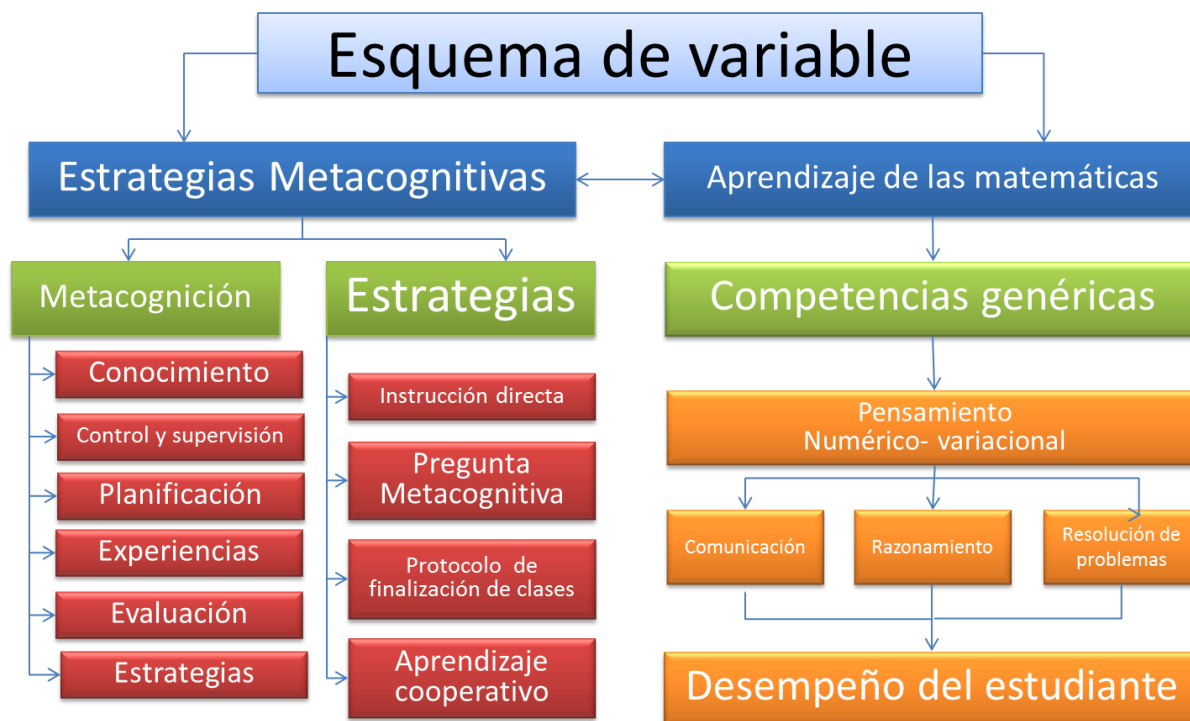


Gráfico 7. Esquema de Variables.

3.4.2 Variable Independiente

Corresponde a las estrategias metacognitivas para el desarrollo de la competencia genérica en la resolución de problemas matemáticos de tipo numérico variacional.

3.4.3 Variable Dependiente

Niveles de desarrollo de las competencias genéricas en la resolución de problemas matemáticos.

3.5 Operacionalización de Variables

3.5.1 Variable Dependiente

Para la evaluación de esta variable se definen competencias genéricas, componente, competencias específicas y niveles desempeño, describiéndose aspectos fundamentales de estas.

Competencias genéricas y no genéricas

Competencias genéricas: Entendidas como aquellas que resultan indispensables para el desempeño social, laboral y cívico de todo ciudadano, independientemente de su oficio o profesión.

Competencia no genérica: Propias de oficios o actividades laborales particulares, que resultan de un entrenamiento especializado.

Los conocimientos que involucraría la prueba corresponden a los conocimientos matemáticos establecidos en los Estándares se relaciona en la Tabla 1.

Aunque los niveles de desempeño se definen para los estudiantes basta aclarar, que estos niveles el ICFES los retoma para categorizar las preguntas. En ese orden se presentan los niveles de desempeño y/o exigencia de cada pregunta. En el siguiente Cuadro.

Cuadro 3.

Niveles de desempeño ICFES 2013.

Nivel de desempeño	
Avanzado	<p>Avanzado (456 – 500) Además de lograr lo definido en los dos niveles precedentes, el estudiante promedio de este nivel: pasa de la representación algebraica a las propiedades de una función o sucesión y viceversa.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Establece equivalencias entre expresiones algebraicas y numéricas 2. Enuncia propiedades relativas a determinados subconjuntos numéricos 3. Caracteriza una figura en el plano que ha sido objeto de varias transformaciones 4. Halla áreas y volúmenes a través de descomposiciones y recubrimientos, 5. Usa criterios de semejanza y congruencia 6. Evalúa la correspondencia entre una forma de representación y los datos 7. Halla probabilidades utilizando técnicas de conteo.
Satisfactorio	<p>Satisfactorio (346 - 455) Además de lograr lo definido en el nivel precedente, el estudiante promedio de este nivel:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Utiliza las propiedades de la potenciación, radicación y/o logaritmicación para solucionar un problema 2. Utiliza expresiones algebraicas y representaciones gráficas para modelar situaciones sencillas de variación 3. Establece relaciones entre los sólidos y sus desarrollos planos 4. Reconoce y aplica movimientos rígidos a figuras planas en un sistema de coordenadas 5. Compara atributos medibles de uno o varios objetos o eventos 6. Hace conjeturas acerca de fenómenos aleatorios sencillos.
Mínimo	<p>Mínimo (234 - 345) El estudiante promedio de este nivel:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Reconoce distintas maneras de representar una función 2. Soluciona problemas en contextos aditivos y multiplicativos 3. Identifica algunas propiedades de figuras planas y sólidos 4. Establece relaciones entre dimensionalidad y magnitud 5. Identifica algunos movimientos rígidos en el plano 6. Utiliza formas de representación convencionales para describir fenómenos de las ciencias sociales o naturales
Insuficiente	<p>Insuficiente (100 – 233) El estudiante en este nivel no supera las preguntas de menor complejidad de la prueba. Noveno grado</p>

El nivel insuficiente no se usa para determinar el nivel de complejidad de una pregunta por ellos las categorías de una pregunta según el ICFES son avanzado, satisfactorio (o básico) y mínimo.

Una vez establecidas las categorías y definiciones se procedió a la estructuración de test piloto de matemáticas. Los investigadores tomaron las preguntas de la pruebas saber noveno de los años 2014 y 2015 y luego realizaron la siguiente clasificación (Tabla 5).

Tabla 5.

Operacionalización variable dependiente en el pilotaje.

OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLE									
								ítems	
V. Dependiente	Aprendizaje de las Matemáticas	Competencias genéricas Entendidas como aquellas que resultan indispensables para el desempeño social, laboral y cívico de todo ciudadano, independientemente de su oficio o profesión	Componente	Numérico - Variacional	Competencia	Comunicación	Nivel	Avanzado	23
								Satisfactorio	10,11, 12, 13, 22,25
								Mínimo	1, 17, 19, 20
						Racionamiento	Nivel	Avanzado	4,5,18, 21,
								Satisfactorio	2,3,6
								Mínimo	14
						Resolución	Nivel	Avanzado	15,24
								Satisfactorio	7,8,9,16
								Mínimo	

Posterior al pilotaje y previa validación de las preguntas mediante Alfa de Cronbach se aceptaron para la creación del test de matemáticas 17 preguntas (resaltadas en amarillo).

3.6 Instrumentos

Se aplicó un test de situaciones problemas desde las competencias genéricas de las matemáticas. Este contiene 17 preguntas tomadas de la prueba saber de los años 2014 y 2015 aplicada a estudiantes de grado noveno en toda Colombia (Anexo 2).

Para su creación se tomaron inicialmente 25 preguntas de la prueba saber del tipo numérico variacional, se realizó un pilotaje a 36 estudiantes luego, se validaron y se analizaron por tres licenciados en matemáticas dos de ellos con maestría en educación, un magister estadista y un psicólogo con maestría en educación, además como las preguntas fueron tomadas de la prueba saber dichos ítems cuenta con valides externa ya que fueron diseñadas por experto del ICFES, por ello se aplicó Alfa de Cronbach para verificar su confiabilidad, finalmente se tuvo un test con 17 preguntas. Estructurado de la siguiente forma.

Tabla 6.

Operacionalización variable dependiente.

Competencia generica/ razonamiento cuantitativo					Itemns	
Tipo	Numerico Variacional	Componente	comunicación	Nivel	Avanzado	17
					Satisfactorio	8,9, 10, 11, 15
					Minimo	
			Razonamiento	Nivel	Avanzado	3,4,14, 13
					Satisfactorio	1,2,6
					Minimo	
			Resolucion de problemas	Nivel	Avanzado	12,16
					Satisfactorio	5,7
					Minimo	

El desarrollo total de la evaluación se llevó a cabo en dos momentos diferentes:

- Pre test: Antes de la aplicación del programa de intervención.
- Post test: Después de la aplicación del programa de intervención.
- Los ítems en cada prueba antes y después de la intervención son los mismos. El post test presenta una variación en cuanto al orden de las preguntas en el pre test.

3.7 Estrategia Metodológica/Plan de Intervención.

El proceso de intervención llevado a cabo en la presente investigación se describe en el siguiente Cuadro:

Cuadro 4.

Fases de la intervención.

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5	Fase 6
Preliminar Aplicación pre-test de Matemáticas.	Instrucción directa en Metacognición.	Protocolo finalización de clases.	Modelo Metacognitivo desde la disciplina. (Mateos, 2001).	Trabajo cooperativo Beatriz Gómez de Durán, 2013.	Fase final Aplicación post-test de Matemáticas y Metacognición
1 Semana	2 Semana	1 Semana, se usa hasta finalizar la intervención	4 Semanas	3 Semanas	1 Semana

3.7.1 Fase 1: Preliminares.

El diseño cuasi experimental con grupos control no equivalente maneja la modalidad de grupo control y experimental sin pre test y la modalidad de grupo control y experimental con pre test y post test. En este estudio se combina por una parte el diseño con post test, únicamente y grupo control más el diseño de pre-test con grupo control, originando cuatro grupos: dos experimentales y dos control. La ventaja de este diseño es que es posible verificar los efectos de la pre-prueba sobre la post-prueba y evidenciar los efectos del tratamiento. (Hernández, 2000).

En coherencia con el diseño, los investigadores coordinan la aplicación del pre test de matemáticas en ambas instituciones educativas en la IE San José de Majagual se aplicó en 9ª y en la IE Aguas Negras de Montería en grado 9º 1. El test de matemáticas consta de 17 ítems y se resolvió en un tiempo de 45 minutos. Estos test se aplicaron simultáneamente en ambas instituciones.

3.7.2 Fase 2: Instrucción Directa en Metacognición.

Se trabaja con la metodología expositiva – Dinámica, se da a conocer los conceptos fundamentales de nuestra investigación a los estudiantes que se van a intervenir, esta exposición se fundamenta en el estado del arte y el marco teórico del presente trabajo, la exposición estará orientada por uno los docentes investigadores.

La intervención en esta fase se fundamenta en la metodología planteada por Mateos, (2001). La intención es llevar a los estudiantes progresivamente a que usen lo aprendido sobre cognición, Metacognición y estrategias Metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas.

3.7.3 Fase 3: Protocolo Finalización de Clases.

Una de las funciones en el ámbito educativo del protocolo es que “Explicita los procesos en su momento y también permite expresar lo que sensibilizo ese hecho en alguien, es una oportunidad de hacer sugerencias sobre el contenido” (Suárez y Vargas, 2005) Otro criterio está relacionado con lo personal como sujeto participante en el proceso. Por ejemplo, para alguien fue muy interesante una lectura, sus características y temáticas, esto lo recogería en su protocolo. Entonces cuando volvemos a leer el protocolo, podemos encontrar momentos que pueden volver a tener un valor significativo, en términos conceptuales e investigativos. Esa es la naturaleza de los protocolos. (P4)

“Para la construcción de protocolo hay que desarrollar criterios relevantes en el ámbito del aprendizaje; uno de esos criterios es el de selectividad, consignamos eventos, experiencias, pensamientos que son significativos y que tienen una importancia especial. Esa selección de lo que es más importante, no es arbitraria, tiene que tener alguna justificación en relación a lo que se quiere aprender” (P3).

En este sentido Se implementa solamente en la institución educativa Aguas Negras, un protocolo de finalización de clases (Cuadro 6) para cada una de las clases de matemáticas, con el propósito que los estudiantes puedan explicitar su proceso de aprendizaje Realicen sugerencias al

contenido, Se ubiquen en la temática tratada, Documentar el proceso personal de cada joven, Hacer consiente al niño de los momentos significativos para el de la clase.

Este protocolo es un método didáctico que tiene como propósito hacer uso de la pregunta metacognitiva como recurso para que el estudiante logre autorregular su conducta física y cognitiva para adquirir un aprendizaje.

Consiste en enseñar al alumnado una guía o pauta de interrogantes que pueda ayudarle a tomar las decisiones oportunas cuando se enfrenta a una tarea de aprendizaje, destacando aquellos elementos, parámetros, dilemas y disyuntivas de la tarea que resultan más relevantes para su aprendizaje. En este sentido se deben distinguir dos fases en el proceso de enseñanza, una fase de interrogación en la que se enseña la guía externa (aun cuando puede haberse negociado previamente con los estudiantes), y una segunda fase de auto interrogación que consiste en la apropiación personal o cognitiva de la guía “Los sistemas de interrogación y autointerrogación han resultado ser un sistema didáctico eficaz para mejorar el autoconocimiento del alumnado sobre sus propios mecanismos de aprendizaje y comprensión” (Montenegro, 2001).

De acuerdo con el modelo de metacognición propuesto por Nelson & Narens (1990), entre los niveles objeto y meta existen dos flujos de información: monitoreo y control. El monitoreo es un flujo que va desde el nivel objeto al nivel meta, el control va en sentido contrario. Los autores también definen los juicios de metamemoria como valoraciones que el sujeto realiza sobre el estado de su proceso cognitivo para regularlo. Interpretando su modelo, estos juicios ocurren en el nivel meta; es decir, toman como materia prima la información obtenida del monitoreo, analizan esta información y producen una información de salida mediante la cual se ejerce el control. De acuerdo con esta dinámica, las preguntas metacognitivas actúan como inductoras de juicios de metamemoria; facilitando la generación de tales juicios.

Fernando Córdova Freyre (2010), sostiene que las preguntas metacognitivas cultivan el ingenio cognitivo: ayudan a los alumnos a organizar ingeniosamente su pensamiento durante las tareas complejas, les enseñan a estar a la expectativa de relaciones de pensamiento problemáticas y los ayudan a buscar soluciones y enfoques alternativos por sí mismos.

Las preguntas metacognitivas fomentan el pensamiento responsable e independiente: ayudan a formar alumnos para que se conviertan en seres reflexivos y responsables de la sociedad, capaces de establecer sus propios objetivos en vez de seguir regularmente los pasos de otros, objetivos razonables frente a las propias aptitudes y tendencias.

Las preguntas metacognitivas fomentan el pensamiento estratégico y la actitud planificadora: detenerse para saber cómo seguir adelante y evitar decisiones precipitadas, ayudan a buscar mayor cantidad de ideas creativas.

Las preguntas metacognitivas se pueden aprender: sello característico y distintivo de la conciencia humana; una mente que puede hacer de sus propias ideas su objeto de pensamiento.

En lo descrito anteriormente y con base en nuestro marco teórico se presenta, el siguiente protocolo el cual desde la teoría y la validación por experto en psicometría cumple con las condiciones para asegurar una conducta positiva del estudiantes frente a la pregunta cognitiva.

Cuadro 5.

Protocolo de finalización de clases.

Protocolo de finalización de clase.	
Escribe frente cada celda la respuesta a la pregunta realizada sobre tu proceso de aprendizaje. Esta respuesta no tendrá calificación ni juicio alguno, pero te permitirá ir comprendiendo tu forma de aprender y ser más consciente de ello.	
Para pensar	Observaciones
¿Cuál fue el concepto estudiado?	
¿Qué de nuevo aprendiste en esta clase?	
¿Qué fue lo que me causó más dificultad?	
¿Qué te permitió entender la clase? Si no la entendiste ¿cómo piensas estudiar el tema?	
¿Qué estrategias me permitieron comprender mejor el tema?	
¿Según la estructura de contenido lo aprendido con qué otro tema se relaciona?	

3.7.4 Fase 4. Modelo Metacognitivo (Mateos, 2001).

En esta fase A partir del desarrollo de las etapas que propone Mateos, 2001 como Son 1. Instrucción explícita (el maestro da a conocer procesos y formas que se pueden implementar para resolver los problemas) 2. Práctica guiada (el estudiante con apoyo del maestro, desarrolla el taller) 3. Práctica cooperativa y 4. Practica individual donde por medio de una evaluación se verifican los aprendizajes del estudiante se busca la instrucción en problemas de competencias genéricas de matemáticas.

En esta etapa de busca que el estudiante relacione lo visto en las fases dos y tres que son de proceso Metacognitivo, en la generación de estrategias para el aprendizaje de las matemáticas.

3.7.5 Fase 5. Trabajo Cooperativo.

El Aprendizaje Cooperativo implica una organización intencionada de los grupos, asignación de tareas específicas para cada uno de los miembros, y la presencia intencionada de los elementos: Interdependencia positiva, Responsabilidad individual, Interacción promotora cara a cara, Despliegue de habilidades sociales y Procesamiento de grupo. (Beatriz Gómez de duran, 2013) tal como se referencia en el marco teórico (capítulo II) de este trabajo.

Dentro de la presente investigación se usa la estrategia de trabajo cooperativo, a partir de actividades en el contexto matemático con estudiantes de la IE aguas Negras. Se implementan talleres en clases (Anexos 4 al 8), valoración y retroalimentación de los mismos.

3.7.6 Fase Final Aplicación Post-Test de Matemáticas.

Se realiza algunas variaciones en el orden de los ítems del pre-test y se aplica nuevamente a los a grupos seleccionados en la muestra.

3.8 Sistema de Hipótesis

3.8.1 Hipótesis General.

H_i : La implementación de un plan de intervención basado en la estrategia metacognitivas, influye en el desarrollo de las competencias genéricas en la resolución de problemas matemáticos de tipo numérico variaciones, en estudiantes de grado 9° de la institución educativa Aguas Negras del municipio de Montería-Córdoba y San José de Majagual Sucre.

H_o : La implementación de un programa de intervención basado en la estrategia metacognitivas, NO influye en el desarrollo de las competencias genéricas en la resolución de problemas matemáticos de tipo numérico variaciones, en estudiantes de grado 9° de la institución educativa Aguas Negras del municipio de Montería-Córdoba y San José de Majagual Sucre.

3.8.2 Hipótesis Estadísticas.

Según la metodología propuesta, se presentaron 7 tipos de contrastes, los cuatro primero para determinar los efectos del tratamiento con relación a los objetivos y los tres últimos para determinar la sensibilidad del plan de intervención con base en ellos se presentan las hipótesis estadísticas de la investigación.

3.8.3 Contraste 1

Se compararon las medias de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo experimental 9°1 (AGUAS NEGRAS) en las pruebas post test y pre test de resolución de problemas matemáticos.

H_0	H_i
No existe diferencia significativa entre los resultado de los estudiantes de 9°1(AGUAS NEGRAS) que aplicaron el pre-test y el post test de matemáticas	Existe diferencia significativa entre los resultado de los estudiantes de 9°1 (AGUAS NEGRAS) que aplicaron el pre-test y el post test de matemáticas.

3.8.4 Contraste 2

Se compararon las medias de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo experimental 9°1 (Aguas Negras) y del grupo control 9°A (San José) en las pruebas post test de resolución de problemas matemáticos

Hipótesis 2:

H₀	H_i
No existe diferencia significativa entre los resultados de los estudiantes de 9°1 (Aguas Negras) y los resultados de los estudiantes de 9°A (San José) que aplicaron el post test de resolución de problemas matemáticos.	Existe diferencia significativa resultados de estudiantes de 9°1 (Aguas Negras) y los resultados de los estudiantes de 9°A (San José) que aplicaron el post test de resolución de problemas matemáticos.

3.8.5 Contraste 3

Se compararon las medias de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo experimental 9°2 (Aguas negras) y del grupo control 9°B (San José) en las pruebas posttest de resolución de problemas matemáticos.

Hipótesis 3:

H₀	H_i
No existe diferencia significativa entre las medias de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo experimental 9°2 (Aguas negras) y del grupo control 9°B (San José) en las pruebas post test de resolución de problemas matemáticos.	Existe diferencia significativa entre las medias de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo experimental 9°2 (Aguas negras) y del grupo control 9°B (San José) en las pruebas post test de resolución de problemas matemáticos.

3.8.6 Contraste 4

Se compararon las medianas de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo control 9°A en la prueba pretest y el grupo experimental 9°2 en la prueba post test, de resolución de problemas matemáticos.

Hipótesis 4:

	H₀	H_i
Test matemáticas	No existe diferencia significativa entre las medias de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo control 9°A (San José) pre test y del grupo experimental 9°2 (Aguas Negras) en la prueba pos test de resolución de problemas matemáticos en razonamiento cuantitativo de tipo numérico Variacional.	Existe diferencia significativa entre las medias de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo control 9°A (San José) pre test y del grupo experimental 9°2 (Aguas Negras) en la prueba pos test de resolución de problemas matemáticos en razonamiento cuantitativo de tipo numérico Variacional.

3.9 Descripción del Plan de Intervención

La presente investigación inició con la realización de una prueba piloto a fin de validar el instrumento. La realización de la prueba piloto de matemáticas permitió demostrar la viabilidad y confiabilidad de las preguntas y hacer las correcciones necesarias. El test de matemáticas contaba con 25 ítems de razonamiento cuantitativo del tipo numérico Variacional de las competencias resolución de problemas, razonamiento y resolución de problemas, luego de su aplicación se aceptaron 17 preguntas.

Luego se aplicó el test validado y posteriormente, se realizó la intervención, en la cual se utilizó talleres dirigidos de cognición, metacognición y estrategias metacognitivas, el protocolo de finalización de clases mediado por la pregunta metacognitiva, talleres de estrategias

metacognitivas, talleres de resolución de situaciones problemas basados en estrategias metacognitivas y la estrategia de trabajo cooperativo.

Para cada taller se especifica la estrategia metacognitiva a trabajar y orientaciones didácticas para la misma. Los talleres obedecieron a los procesos propios de la metacognición como son planeación, control, regulación, monitoreo y evaluación.

Las actividades de Planeación permitieron al estudiante organizar y comprender más fácilmente un material de estudio y la forma como está planteado un problema. Se centra en observar la forma como el estudiante establece el procedimiento de trabajo para resolver el problema.

Las actividades de Control se observan, cuando se evalúa la atención y cuestionamiento que el estudiante realiza en la solución de un problema, este procedimiento se mide al observar cuantas veces el estudiante hace uso de retroalimentación para determinar el mejor proceso para solucionar el problema.

En las actividades de Regulación :El estudiante hace ajustes continuos de los procesos cognitivos que realiza al solucionar un problema, se observa cuando al hacer entrega de procesos en la solución de problemas, hay cambios en su estructura, el estudiante debe entregar todo lo que realiza sin realizar borrado o tachado de algún procedimiento hecho. (Pintrich, Smith, García y McKeachie, 1991).

En las actividades se siguió el proceso de instrucción de regulación cognitiva de Mateos (2001) en donde primero se les enseña una estrategia para completar una tarea. Las labores incluyen recuerdo ordenado, recuerdo libre, búsqueda alfabética, asociación de palabras o dibujos, o realización de series de letras. Una vez demostrada la estrategia, se da un proceso de transferencia para determinar si los estudiantes usan la estrategia, la modifican o la abandonan a favor de otra. Así, mientras los jóvenes aprende una estrategia que facilite su actuación en las labores de entrenamiento, los investigadores examinan si desarrollan consciencia metacognitiva sobre la utilidad y función de la estrategia, lo cual es esencial para regular la aplicación y la

modificación de las estrategias para solucionar nuevas demandas de la situación problema en matemáticas.

Al finalizar esta fase se continúa con la estrategia trabajo cooperativo, se diseñan los talleres grupales y bajo la estrategia rompecabezas se procede al desarrollo de la actividad de formación (Anexos 4 al 8). Por último se aplicó el post test de razonamiento cuantitativo el cual es el mismo pre test con variación en el orden de las preguntas, se tabularon los resultados y se procedió al análisis estadístico.

4. CAPITULO IV: RESULTADOS

4.1 Análisis Estadístico e Interpretación de los Resultados de la Investigación.

El Análisis de los resultados se realiza en relación a los contrastes establecidos en la metodología y atendiendo a los momentos en los que se aplicaron la prueba (pre test y pos test). Se comparan las medias de los tratamientos para establecer diferencias entre los resultados de las pruebas aplicadas a estudiantes de los grupos experimentales y de los grupos control. Para ello se codificaron los momentos de la siguiente forma **Momentos (O)**.

Tabla 7.

Tabla de codificación de Momentos y Grupos.

Tabla de codificación de Momentos y Grupos	
Momentos	Grupo al que se le aplica el instrumento
O1:	E1, Estudiantes de Aguas Negras del curso 9°1 a los que se les aplica el pre test.
O2:	E1, Estudiantes de Aguas Negras del curso 9°1 a los que se les aplica el post test.
O3:	C1, Estudiantes de San José del curso 9°A a los que se les aplica el pre test.
O4:	C1, Estudiantes de San José del curso 9°A a los que se les aplica el post test.
O5:	E2 Estudiantes de Aguas Negras del curso 9°2 a los que se les aplica el post test.
O6:	C2 Estudiantes de San José del curso 9°B a los que se les aplica el post test.

Inicialmente se realizaron pruebas de normalidad para cada conjunto de datos (**Shapiro-Wilk**), puesto que los parámetros de las distribuciones de los conjuntos de datos eran desconocidos y existían muestras pequeñas inferiores 30. Las pruebas indicaron normalidad para los resultados del grupo experimental (9°1) y de los grupos de control (9°A) y 9° B), pero no así para el grupo experimental (9° 2), tal como se muestra en la siguiente Tabla:

Tabla 8.

Prueba de normalidad prueba de matemáticas.

Grupos muestrales	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	Gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Pretest 9° 1 (IE AGUAS NEGRAS)	,151	25	,143	,949	25	,240
Pretest 9° A (IE SAN JOSE)	,144	25	,196	,932	25	,095
Post test 9° 1 (IE AGUAS NEGRAS)	,123	25	,200	,970	25	,637
Post test 9° 2 (IE AGUAS NEGRAS)	,227	25	,002	,877	25	,006
Post test 9° A (IE SAN JOSE)	,130	25	,200	,942	25	,161
Post test 9° B (IE SAN JOSE)	,154	25	,127	,949	25	,240

a. Corrección de significación de Lilliefors

Asumiendo el criterio de decisión de la prueba de normalidad de Shapiro –Wilk, por existir muestras pequeñas ($n < 30$), como los p-valores son mayores a 0.05 (nivel de significancia α 95%), entonces no se rechaza la hipótesis nula de normalidad y se concluye que los resultados en las pruebas de resolución de problemas matemáticos de competencias genéricas de tipo numérico variacional, siguen una distribución normal, excepto para el grupo 9° 2 (IE Aguas Negras) en la prueba Post test.

Primero se verifico que no existen diferencias significativas en la pruebas pre test que se aplicó, esto es verificar que $O1=O3$, es decir comprobar la veracidad de hipótesis nula.

H_0 : No existe diferencia estadísticamente significativa entre las respuestas acertadas por los estudiantes de Aguas Negras y de San José en el pre test.

Al rechazarse H_0 se aceptaría la hipótesis alternativa

H_1 : Existe diferencia estadísticamente significativa entre la proporción de respuestas acertadas por los estudiantes de Aguas Negras y de San José en el pre test.

Para este análisis se usó el estadístico de U de Mann-Whitney: con el fin de comprobar las hipótesis H_0 y H_1 y garantizar homogeneidad en el tratamiento en la prueba pre test (Tabla 9).

Tabla 9.Estadísticos de prueba^aEstadísticos de prueba^a

	Proporción
U de Mann-Whitney	450,500
W de Wilcoxon	1153,500
Z	-1,720
Sig. asintótica (bilateral)	,085

a. Variable de agrupación: grupo

Datos SPSS 22

El estadístico de U de Mann-Whitney afirma que Para todo valor de probabilidad mayor que 0.05, se acepta H_0 y se rechaza H_1 . Al aplicar la prueba de U de Mann-Whitney, se obtiene un $p\text{-valor} = 0.085 > 0.05$, lo que indica que con un nivel de confianza del 95% no existe diferencia estadísticamente significativa entre las respuestas acertadas por los estudiantes, que se les aplico el pre test. Esto se acepta la hipótesis nula H_0 .

Siguiendo el análisis del diseño se procede al estudio de los contrastes del tratamiento como se indica a continuación (Tabla 10).

Tabla 10.

Contrastes para el análisis del tratamiento.

Momentos		Pre test		Post test			
		O1	O3	O2	O4	O5	O6
Pre test	O1						
	O3						
Post test	O2	Vs1			Vs2		
	O4						
	O5		Vs4				Vs3
	O6						
		Grupo experimental					
Vs		Contraste					

4.1.1 Análisis Contraste 1

Contraste 1: ($Vs1$) $O2 > O1$. Comparar los puntajes promedios obtenidos por los estudiantes del grupo experimental 9º1 (AGUAS NEGRAS) en las pruebas post test y pre test de resolución de problemas matemáticos de razonamiento cuantitativo del tipo numérico Variacional.

H_0	H_i
No existe diferencia significativa entre los resultado de los estudiantes de 9º1 (AGUAS NEGRAS) que aplicaron el pre-test y el post test de matemáticas	Existe diferencia significativa entre los resultado de los estudiantes de 9º1 (AGUAS NEGRAS) que aplicaron el pre-test y el post test de matemáticas.

Para este contraste se usó la prueba paramétrica t student para muestras relacionadas, ya que los resultados del grupo experimental 9º1 en las pruebas pretest y postest de resolución de problemas matemáticos, verificaron las pruebas de normalidad. Los resultados se muestran en la Tabla 11.

Tabla 11.

Prueba t de muestras emparejadas 9º1

Prueba de muestras emparejadas

	Diferencias emparejadas					t	gl	Sig. (bilateral)
	Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia				
				Inferior	Superior			
Par1 Posttest-9º1 (IE AGUAS NEGRAS) – pretest9º1 (IEAGUAS NEGRAS)	,25757	,21813	,03586	,18484	,33030	7,183	36	,000

Con base en los resultados se rechazó la Hipótesis nula (H_0) y se puede inferir con un 95% de confianza, que existían diferencias significativas ($p < 0,05$), entre los puntajes promedios obtenidos por los estudiantes en la prueba post test, es decir, después de la implementación de las

actividades correspondiente a las estrategias metacognitivas del grupo experimental 9°1 y los puntajes promedios de la prueba pre test en este mismo grupo, esto es hay diferencia significativa entre el desarrollo de la competencia genérica de resolución de problemas matemáticos después de la intervención realizada. En el Gráfico siguiente se observa que esta diferencia fue a favor de los resultados obtenidos en la prueba pos test.

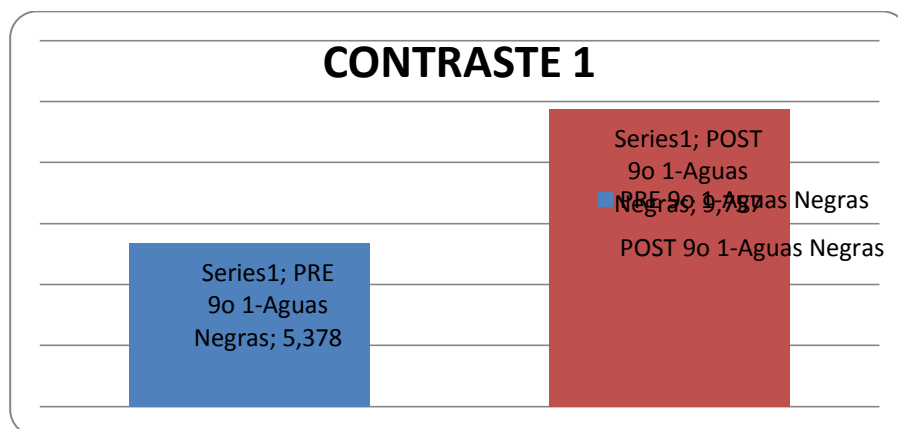


Gráfico 8. Contraste 1.

Se observa el avance con respecto al pre test, a su vez se establece que la competencia genérica en la resolución de problemas matemático muestra un desarrollo positivo, lo que significa que la probabilidad de éxito en la resolución de problemas de razonamiento cuantitativo tiene una tendencia a aumentar si el estudiante aplica las estrategias metacognitivas. Tal como lo manifiesta lo exponen Garáfalo y Lester y otros, quienes sustentan “que lo que una persona sabe o cree acerca de su habilidad para aprender o hacer matemáticas y como controla y regula su propia conducta mientras realiza tareas matemáticas, puede tener poderosos efectos en el propio desempeño de la disciplina” (Garáfalo y Lester, 198: kilpatrick, 1984; Schoenfeld, 1986).

4.1.2 Análisis Contraste 2.

Contraste 2: (Vs2) 02 >04. Se compararon los puntajes promedios obtenidos por los estudiantes del grupo experimental 9°1 (Aguas Negras) y del grupo control 9°A (San José) en las pruebas pos test de resolución de problemas matemáticos de razonamiento cuantitativo del tipo numérico Variacional.

Hipótesis 2:

H_0	H_i
No existe diferencia significativa entre los resultados de los estudiantes de 9°1 (Aguas Negras) y los resultados de los estudiantes de 9°A (San José) que aplicaron el post test de resolución de problemas matemáticos.	Existe diferencia significativa resultados de estudiantes de 9°1 (Aguas Negras) y los resultados de los estudiantes de 9°A (San José) que aplicaron el post test de resolución de problemas matemáticos.

Para este contraste se usó la prueba paramétrica t student para muestras relacionadas, ya que los resultados del grupo experimental 9°1 (Aguas Negras) y la proporción de estudiantes de 9°A (San José) que aplicaron el post test de resolución de problemas matemáticos. Verificaron las pruebas de normalidad. Los resultados se muestran en la Tabla 12.

Tabla 12.

Prueba t de muestras independientes.

Prueba de muestras independientes										
		Prueba de Levene de calidad de varianzas		prueba t para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia	
									Inferior	Superior
proporción	Se asumen varianzas iguales	,075	,785	4,843	67	,000	,20628	,04259	,12126	,29130
	No se asumen varianzas iguales			4,856	66,185	,000	,20628	,04248	,12147	,29109

Con base en los resultados se rechazó la Hipótesis nula(H_0) y se puede inferir con un 95% de confianza, que existían diferencias significativas ($p < 0,05$) en el desarrollo de la competencia genérica de resolución de problemas matemáticos de razonamiento cuantitativo del tipo numérico Variacional, entre los puntajes promedios obtenidos por los estudiantes del grupo experimental de 9°1 en la prueba post test, después de la implementación de las actividades correspondiente a las estrategias metacognitivas y los puntajes promedios de la prueba post test de los estudiantes del grupo control del grado 9° A. En el Gráfico siguiente se observa que esta diferencia fue a favor de los resultados obtenidos en la prueba post test del grupo 9° 1 al cual se le aplico la intervención

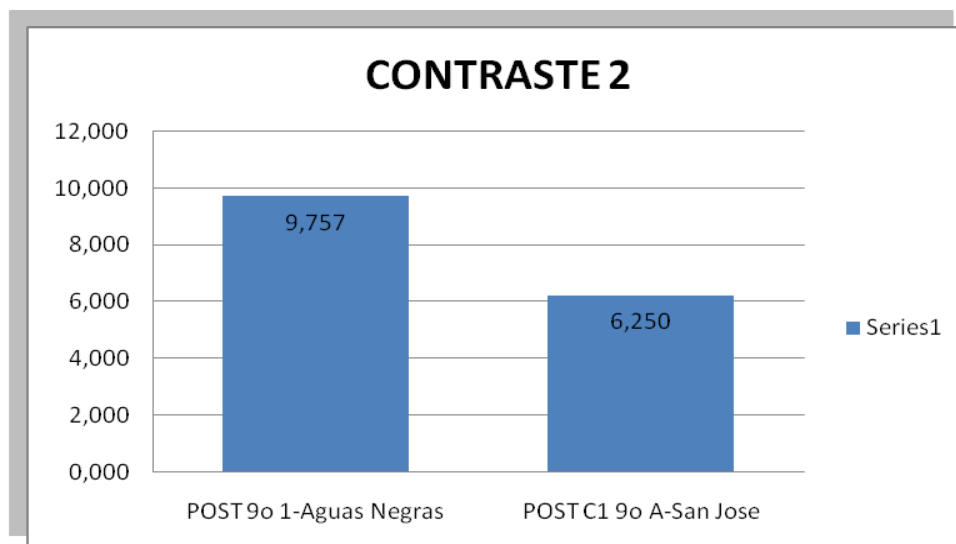


Gráfico 9. Contraste 2.

Estos grupos 9^o1 (experimental 1) y 9^oA (control 1) en el análisis de pre test (O1=O3) se evidencio que no existía diferencia significativa entre ellos (Tabla 13, estadístico u Mann W), Posterior al proceso de intervención en estrategias meta cognitivas y aplicación de post test , el análisis de los resultados obtenidos por la prueba t studen, indica que los estudiantes del grupo control no avanzaron en el desarrollo de la competencia genéricas resolución de problemas matemáticos de tipo numérico Variacional, mientras que los resultados mostrados por el grupo experimental en la misma prueba post test muestran un progreso de tal modo que al aplicar el estadístico se encuentran diferencias significativas entre estos grupos. Evidenciado la pertinencia del proceso de intervención en estrategias metacognitivas

Según Pifarré (1998), inciden las estrategias cognitivas y metacognitivas que se ejecuten en el modelo para resolver problemas, atendiendo a las estrategias cognitivas aplicadas de entender y analizar el problema; planificar una estrategia para resolver el problema; organizar los datos; resolver el problema y evaluar el resultado, articulándolos con las estrategias de tipo metacognitivo. Tárraga (2008).

4.1.3 Análisis Contraste 3

Contraste 3: (V_{s3}) $O_5 > O_6$. Se compararon las medias de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo experimental 9°2 (Aguas negras) y del grupo control 9°B (San José) en las pruebas post test de resolución de problemas matemáticos de razonamiento cuantitativo de tipo numérico Variacional.

Estos grupos no aplicaron pre test, por lo tanto este análisis posibilita la eliminación del sesgo en las respuesta de los estudiantes que se pudo haber presentado en el contrastes dos, el cual es él hecho que los estudiantes conozcan la prueba en un primer momento influya en las respuestas del post test. Estos dos grupos en cuanto al responder el post test se diferencia en que uno recibió tratamiento y el otro solo la acción del tiempo.

Hipótesis 3:

H_0	H_i
No existe diferencia significativa entre las medias de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo experimental 9°2 (Aguas negras) y del grupo control 9°B (San José) en las pruebas post test de resolución de problemas matemáticos.	Existe diferencia significativa entre las medias de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo experimental 9°2 (Aguas negras) y del grupo control 9°B (San José) en las pruebas post test de resolución de problemas matemáticos.

Para este contraste se usó la prueba no paramétrica U de Mann-Whitney para muestras independientes, ya que los resultados del grupo experimental 9° 2 (IE Aguas Negras) no verificó la prueba de normalidad, mientras que el grupo control (9° B) si la verificó. Los resultados se muestran en la siguiente Tabla 13.

Tabla 13.

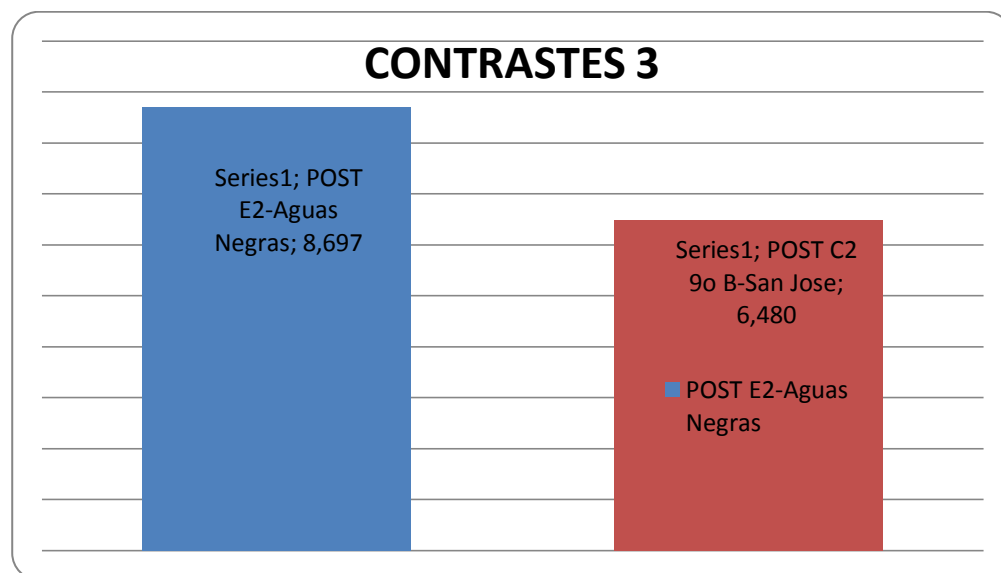
Análisis estadístico contraste 3.

Estadísticos de prueba^a

	Proporción
U de Mann-Whitney	228,000
W de Wilcoxon	553,000
Z	-2,933
Sig. asintótica (bilateral)	,003

a. Variable de agrupación: grupo

Con base en los resultados se rechazó la Hipótesis nula (H_0) de igualdad de medias de los resultados de las pruebas post test aplicadas a los estudiantes del grupo experimental (9°2) y el grupo control (9° B), por tanto, se puede inferir con un 95% de confianza, que existen diferencias significativas entre las medias de los resultados en la prueba post test de ambos grupos ($p < 0,05$), a favor del grupo experimental (9°2) que implemento las estrategia metacognitivas como medio para el desarrollo de la competencias genéricas en la resolución de problemas matemáticos de tipo de numérico variacional. Como se puede apreciar en el siguiente Gráfico

**Gráfico 10.** Contraste 3.

Nuevamente se resalta en coherencia con el contraste 2, que los resultados positivos del grupo experimental 2 (9° 2) pueden estar ligados a la intervención en estrategias metacognitivas, por ellos sus resultados en la prueba post test son mejores al grupo control 2 (9° B).

4.1.4 Análisis Contraste 4

Contraste 4 : $(V_{s4}) O_5 > O_3$. Se compararon las medias de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo experimental 9°2 en la prueba post test y el grupo control 9°A en la prueba pre test, en la resolución de problemas matemáticos de razonamiento cuantitativo de tipo numérico Variacional.

El grupo experimental 9°2 no aplico pre test, por lo tanto la prueba post test es el primer momento del grupo frente a la prueba; lo mismo que sucede con la prueba pre test del grupo control 9A. Este contraste busca analizar el primer momento de estos grupos frente a la prueba de matemáticas pero con el variante que uno de ellos, el grupo 9°2 ya recibió la intervención en estrategias metacognitivas.

Hipótesis 4:

H₀	H_i
No existe diferencia significativa entre las medias de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo control 9°A (San José) pre test y del grupo experimental 9°2 (Aguas Negras) en la prueba pos test de resolución de problemas matemáticos en razonamiento cuantitativo de tipo numérico Variacional.	Existe diferencia significativa entre las medias de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo control 9°A (San José) pre test y del grupo experimental 9°2 (Aguas Negras) en la prueba pos test de resolución de problemas matemáticos en razonamiento cuantitativo de tipo numérico Variacional.

Para este contraste se usó la prueba no paramétrica U de Mann-Whitney para muestras independientes, ya que los resultados del grupo experimental 9° 2 (IE Aguas Negras) no verificó la prueba de normalidad, mientras que el grupo control (9° A) si la verificó. Los resultados se muestran en la siguiente Tabla 14.

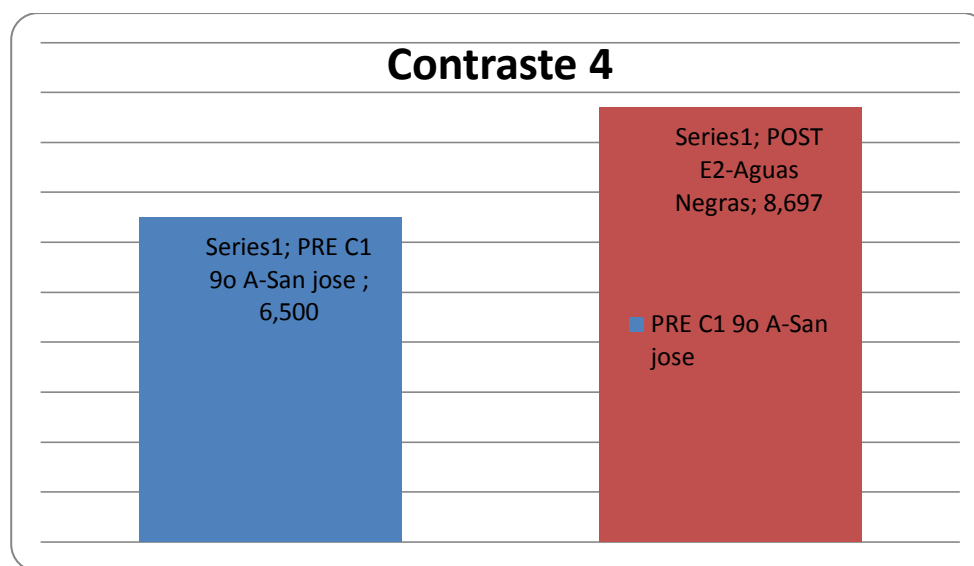
Tabla 14.

Estadístico contraste 4.

Estadísticos de prueba ^a	
	Proporción
U de Mann-Whitney	309,000
W de Wilcoxon	837,000
Z	-2,897
Sig. asintótica (bilateral)	,004

a. Variable de agrupación: grupo

Con base en los resultados se rechazó la Hipótesis nula (H_0) de igualdad de medianas de los resultados de las pruebas post test aplicadas a los estudiantes del grupo experimental (9°2) y la prueba pre test grupo control (9° A), por tanto, se puede inferir con un 95% de confianza, que existen diferencias significativas entre las medianas de los resultados en la prueba post test de ambos grupos ($p < 0,05$), a favor del grupo experimental (9°2) que implemento las estrategia metacognitiva como medio para el desarrollo de la competencia genéricas en la resolución de problemas matemáticos de tipo numérico Variacional . Como se puede apreciar en el siguiente Gráfico

**Gráfico 11.** Contrastes 4.

Como se mencionó este contraste desea evaluar el primer momento del grupo control 9oA y experimental 9o2 frente a la prueba (es la misma prueba en diferente orden de pregunta) en los resultados encontrados se evidencia que las diferencias estadísticas están a favor del experimental, este hecho se puede atribuir nuevamente a la intervención realizada que favorece el uso de estrategias metacognitivas.

4.1.5 Sensibilidad del Tratamiento

Para finalizar el diseño se consideran tres contrastes más para determinar la sensibilidad del tratamiento, es decir la capacidad de respuesta del grupo frente a la intervención.

Tabla 15.

Contraste sensibilidad del tratamiento.

Sensibilidad del tratamiento	Ho
Contraste 5	$O_6=O_1$
Contraste 6	$O_6=O_4$
Contraste 7	$O_5=O_2$

Se presentan los análisis estadísticos de cada contraste y luego su interpretación para determinar la sensibilidad del tratamiento.

4.1.6 Análisis Contraste 5.

Contraste 5: Hay equivalencia entre los Estudiantes de Aguas Negras del curso 9o1 a los que se les aplica el pre test y los Estudiantes de San José del curso 9oB a los que se les aplica el post test.

Este contraste busca medir el primer momento de grupo experimental con pre y post test y el grupo control sin pre test frente a la prueba de matemáticas atendiendo esta medición tiene la particularidad que entre la aplicación del pre test del experimental y el post test del control ha

trascurrido el tiempo de asignado a la intervención, ósea que este análisis pretende determinar si la maduración por el tiempo puede influir en los resultado de la prueba.

Para este contraste se usó la prueba paramétrica t student para muestras relacionadas, ya que los resultados del grupo experimental 9°1 (AGUAS NEGRAS) y la proporción de estudiantes de 9° B (San José) que aplicaron el post test de resolución de problemas matemáticos. Verificaron las pruebas de normalidad. Los resultados se muestran en la siguiente Tabla.

Tabla 16.

Prueba t de muestras independientes.

Prueba de muestras independientes										
		Prueba de Levene de calidad de varianzas		prueba t para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia	
									Inferior	Superior
proporción	Se asumen varianzas iguales	,555	,459	1,780	60	,080	,06480	,03641	-,0080	,13763
	No se asumen varianzas iguales			1,749	48,443	,087	,06480	,03706	,00969	,13930

Con base en los resultados se acepta la Hipótesis nula (H_0) de igualdad de medianas de los resultados de las pruebas pre test aplicadas a los estudiantes del grupo experimental (9°1) y la prueba post test grupo control (9° B), por tanto, se puede inferir con un 95% de confianza, que NO existen diferencias significativas entre las medianas de los resultados en la prueba pre test y post test de ambos grupos ($p > 0,05$).

Este indica que el mero transcurrir del tiempo no favorece el desarrollo de competencias genéricas en matemáticas lo cual se puede tomar como un indicio que el trabajo con estrategias metacognitivas posibilita el desarrollo de competencias genéricas en matemáticas.

4.1.7 Análisis Contraste 6.

Contrastes 6: No existe diferencia significativa entre los Estudiantes de San José del curso 9°A a los que se les aplica el post test y los estudiantes de San José del curso 9°B a los que se les aplica el post test. Este contraste busca analizar si la medida pre test ha interactuado en los resultados de los grupos control en el post test, si no influyó, no tendría que haber diferencias significativas en el post test.

Para este contraste se usó la prueba paramétrica t student para muestras relacionadas, ya que los resultados del grupo experimental 9°A (San José) y la proporción de estudiantes de 9° B (san José) que aplicaron el post test de resolución de problemas matemáticos. Verificaron las pruebas de normalidad. Los resultados se muestran en la Tabla 17.

Tabla 17.

Prueba t de muestras independientes.

Prueba de muestras independientes										
		Prueba de Levene de calidad de varianzas		prueba t para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia	
proporción	Se asumen varianzas iguales	1,367	,247	,312	55	,756	,01353	,04340	-,0734	,10051
	No se asumen varianzas iguales			,318	54,490	,752	,01353	,04258	-,07181	,09887

Con base en los resultados se acepta la Hipótesis nula (H_0) de igualdad de medianas de los resultados de las pruebas pre test aplicadas a los estudiantes del grupo control (9°A) y la prueba post test grupo control (9° B), por tanto, se puede inferir con un 95% de confianza, que NO existen diferencias significativas entre las medianas de los resultados en la prueba pre test y post test de ambos grupos ($p > 0,05$). Esto nos permite inferir que la medida pre test no influyo sobre los resultados del post test en los grupos control.

4.1.8 Análisis Contraste 7

Contraste 7: Hay equivalencia entre los Estudiantes de Aguas Negras del curso 9°1 a los que se les aplica el post test y los Estudiantes de Aguas Negras del curso 9°2 a los que se les aplica el post test. Este contraste busca analizar si la medida pre test ha interactuado en los resultado de los grupos control en el post test, si no influyó, no tendría que haber diferencias significativas en el post test ya que ambos recibieron tratamiento.

Para este contraste se usó la prueba no paramétrica U de Mann-Whitney para muestras independientes, ya que los resultados del grupo experimental 9° 2 (IE Aguas Negras) no verificó la prueba de normalidad, mientras que el grupo experimental (9° 1) si la verificó. Los resultados se muestran en la siguiente Tabla 18.

Tabla 18.

Estadístico contraste 7

Estadísticos de prueba^a

	Proporción
U de Mann-Whitney	448,500
W de Wilcoxon	1009,500
Z	-1,921
Sig. asintótica (bilateral)	,055

a. Variable de agrupación: grupo

Con base en los resultados de la Tabla se establece que no se rechaza la hipótesis nula (H_0), por tanto se puede inferir con un 95% de confianza, que no existen diferencias entre las medias de los resultados obtenidos en las pruebas post test de los grupos experimentales 9°1 y 9°2. Esto nos permite inferir que la medida pre test no influyo sobre los resultados del post test en los grupos experimentales.

El diseño de 4 grupos realizado en el estudio con dos grupos control no equivalentes y dos experimentales de los cuales un control y un experimental tienen pre y post test y el otro control y experimental solo medida post test, puede ser arriesgado en cuanto que, los grupos controles y experimental no pertenecen a la misma institución. Sin embargo en la intención y análisis de los

contraste del 1 al 7 podemos decir, que se han cumplido las exigencias para que este tipo de diseños tengan validez. Por un lado, no han existido diferencias significativas entre los dos grupos que aplicaron el pre test, aunque sí en el post test. El grupo experimental generó diferencias significativas entre el pre test y post test (contraste 1), el grupo control no, además al analizar los resultados en la prueba post test del grupo experimental y grupo control que NO realizaron pre test se encontró que existen diferencias significativas a favor del experimental, en los contrastes 6 y 7 se encuentra evidencia estadística que insinúa que el pre test no influyó sobre los resultados del post test, mostrándose así un estudio cuidadoso a favor de la validez interna del tratamiento, de igual forma los contrastes 5, 6 y 7, se infiere que se cuenta con evidencia estadística que sugiere que el tratamiento surgió un efecto positivo en los grupos experimentales.

Una vez aplicada la intervención y analizado los resultados según los contrastes previstos en el diseño de grupo control no equivalente con cuatro grupos se ratifica que la intervención generó efectos positivos en la resolución de problemas de razonamiento cuantitativo de tipo numérico Variacional y se mantiene la coherencia de lo ya expresado por Garáfalo y Lester (1985), Kilpatrick (1984), Schoenfeld (1986) en el análisis anterior.

4.1.9 Análisis Cualitativo.

Este análisis aun cuando no se considera en los objetivos de la presente propuesta, se considera pertinente por la naturaleza y contexto donde se realiza la investigación. Para él se esbozaron algunas de las características más relevantes observadas en el proceso de intervención.

Al principio del proceso de intervención, los estudiantes en especialmente los sobresalientes en matemáticas evidenciaban resistencia a la lectura y a la estrategia de trabajo, esto se superó dentro de la intervención haciendo un poco lúdico lo que inicialmente se había pensado como exposiciones magistrales, con ello se logró que un alto porcentaje asimiló los conceptos. La lúdica es un procedimiento pedagógico en sí mismo. La metodología lúdica genera espacios y tiempos que provocan interacciones y situaciones reales del aprendizaje. La lúdica se caracteriza por ser un medio que resulta en la satisfacción personal a través de compartir con los demás. (Mota, 2004, p.23).

Sken (1976), plantea que las matemáticas algorítmicas o procedimentales generan en el estudiante que tiene dominio de ellas seguridad y confort, puesto que con la verificación de haber dado una respuesta acertada le brinda esas características. Por lo que se infiere que la resistencia mostrada por los estudiantes dentro de la situación, es normal dado que se le muestra una matemática diferente a la de su zona de confort.

Por otro lado se observó luego de desarrollar la actividad de protocolo metacognitivo, que los estudiantes fueron más reflexivos en cuanto a las causas de su resultados, Positivos o no positivos en el área de matemáticas, lo cual se considera, ayuda a mejorar no solamente los procesos de tipo académico sino también de tipo comportamental, Como lo considera Suarez y Vargas (2005). Esta actividad permite que el estudiante explicita los procesos en su momento y que pudiera expresar lo que sensibilizó ese hecho en él.

Un último aspecto que consideramos relevante en este proceso es referente al modelado metacognitivo, en el que los estudiantes presentaron mayor dificultad puesto que un gran porcentaje no tiene claridad en los conceptos matemáticos y en el uso de lenguaje matemático, aspectos fundamentales para poder plantear matemáticamente situaciones cotidianas, sin embargo el implementar la estrategia ayudo a que los estudiantes fuesen conscientes de sus dificultades y al docente le permitió organizarla sus clase desde una perspectiva de pre saberes que contribuyen a superar significativamente la dificultad en los procesos de modelación de situaciones problemas, esta estrategia también permitió que los estudiantes generaran pregunta más encaminadas al planteamiento de estrategias que a la aceptación de una respuesta.

5. CAPÍTULO V DISCUSIÓN Y CONCLUSIÓN

5.1 Discusión

Estudios similares a la propuesta de investigación como Iriarte y Sierra (2011); Troncozo (2013); Riviere (1990); Casajús (2005); Curotto (2010); López (2004); Das, Kar y Parrila (1998); Garáfalo y Lester (1985); Kilpatrick (1984); Schoenfeld (1988) y otros, manifiestan en sus conclusiones que el trabajo con estrategias metacognitivas favorece el aprendizaje de las matemáticas en torno a el manejo de operaciones básicas, desarrollo de situaciones problemas y rendimiento propio de la disciplina encontrándose coherencia con los resultados hallados luego de la intervención. Es de notar que estas investigaciones son coincidentes en la variable independiente, dado que la variable dependiente de la actual propuesta “Desarrollo de competencias genéricas en el pensamiento numérico variacional” no tiene antecedentes bajo los cuales se pueda establecer una coincidencia o una discrepancia con otras investigaciones, sin embargo dentro del marco de estas variables la investigación aterriza en mejorar el aprendizaje de las matemáticas escolar.

El trabajo con estrategia metacognitivas debe ser intencionado y dirigido hacia la disciplina. Por ende el profesor asume el papel de modelo y guía de la actividad cognitiva y metacognitiva del alumno, llevándole a un nivel creciente de competencia y autonomía hasta dejar el total control en manos del alumno (Mateos, 2001).

Román (2003) postula que aprender a aprender implica el uso adecuado de estrategias cognitivas centradas en la tarea que realiza un aprendiz y que busca la solución adecuada de un problema. Al incorporar estrategias metacognitivas en los procesos de enseñanza aprendizaje se debe garantizar por parte de quien enseña la intención de aprendizaje y de quien aprende la distinción de la estrategia usada esto es, saber diferenciar entre control, planeación y regulación. Un buen tratamiento de estos factores garantiza un desarrollo de habilidades metacognitivas (Osse, 2008).

Luego de la intervención se observó que algunos estudiantes presentaron variaciones frente a sus rutinas de clases esto es: Se dan a la tarea de verificar los procesos realizados al momento de dar respuesta a una situación problema, conducta que no realizaban con anterioridad al igual que existía un compromiso de dar razones por los métodos empleados mostrando interés por dar a conocer su punto de vista más que buscar la aprobación del docente esto ratifica lo dicho por Baker (1991) proporcionar a los alumnos los medios para desarrollar estrategias metacognitivas, permite también considerar aspectos cognitivos del aprendizaje y de su personalidad dado que al ser consciente de lo que sabe y de lo que es capaz, el estudiante se puede empoderar de su posición y rol dentro del salón de clases.

En cuanto a la enseñanza por competencias en matemáticas se direcciona la discusión desde la naturaleza de esta disciplina para aceptar que este enfoque potencializa el aprendizaje de esta ciencia y que la destreza de saber y saber hacer en las matemáticas, se fortalece desde el trabajo consiente que se desarrolla con la incorporación de estrategias metacognitivas.

La matemática por naturaleza se desarrolla como concatenación secuencial y lógica de conceptos y postulados que se entrelazan y desarrollan una teoría válida desde la rigurosidad de las demostraciones, por ello el razonamiento empírico – Inductivos desempeña un papel fundamental; Godino (2003) expresa.

El trabajo de los matemáticos al formular un teorema no es a la primera, sino que se hacen tanteos previos, ejemplos y contra ejemplos, la solución de un caso particular, la posibilidad de modificar las condiciones iniciales y ver qué sucede, estas acciones son las auténticas pistas para elaborar proposiciones y teorías (Godino, 2003).

Aspectos como estos se omiten con facilidad en el quehacer de la matemática escolar cuando a través de una fórmula o un algoritmo se enseña al estudiante una matemática ya construida terminada a nivel de primaria y secundaria a este nivel lo que se tenía que descubrir ya se hizo y solo el estudiante tiene la tarea casi que obligatoria de memorizarla. Grandes secuelas que se convierten en obstáculos epistemológicos dejan estas concepciones de la matemática escolar donde se prioriza el saber hacer sobre el saber. En la propuesta de enseñar matemática a través de un plan de estrategias metacognitivas se busca despertar la curiosidad del estudiante así como la auto-regulación de sus acciones en torno al pensamiento matemático para que

posteriormente se deduzca un método razonado de construir un algoritmo. En este orden de ideas se considera que los resultados obtenidos en la investigación posterior al tratamiento son coherentes, es decir que existe una diferencia significativa estadísticamente hablando en el post test de los grupos que se intervinieron desde estrategias de instrucción directa, protocolo de finalización, actividades con preguntas metacognitivas y trabajo colaborativo respecto a los que no se intervinieron.

La presente investigación tenía por objetivo principal evaluar las implicaciones que tiene un plan de intervención que favorece el uso de estrategias metacognitivas; en el desarrollo de competencias en la resolución de problemas matemáticos de tipo numérico variaciones en estudiantes de grado noveno de la institución educativa aguas negras de Montería y San José de Majagual Sucre. Los resultados encontrados después de la intervención han permitido determinar algunas implicaciones como sigue:

1. Se encontró que los grupos experimentales obtuvieron mejores resultados frente a los grupos control después, de la intervención con estrategias metacognitivas para la solución de problemas matemáticos de razonamiento cuantitativo de tipo numérico Variacional. Esto lo evidencian los resultados en los contrastes 1, 2, 3 y 4 en los cuales se garantiza estadísticamente la eficacia de la intervención. Además se verifico los efectos del tratamiento en los contraste 5, 6 y 7 en los cuales los grupos que no recibieron tratamiento, en la prueba post test guardaban equivalencia estadística entre ellos y con el pre test experimental. De lo cual se deduce que el efecto positivo se debió a la incorporación de estrategias metacognitivas en la resolución de problemas de razonamiento cuantitativo.

De igual forma en los contraste 2 y 3 se ratifica que el pre test no genero sesgo frente en la intervención por lo cual la probabilidad de éxito se encuentra relacionada en la intervención.

Por lo anteriormente dicho este trabajo de investigación confirma lo encontrado por Pifarré y Sanuy (2001), quienes concluyen que el diseño y aplicación de propuestas didácticas que tengan como objetivo mejorar el proceso y las estrategias para resolver problemas de

matemática, tienen una incidencia positiva cuando se trabaja en las habilidades cognitivas y metacognitivas de los estudiantes.

Al analizar los grupos experimentales durante y después el proceso de intervención, se logró determinar que las estrategias meta cognitivas utilizadas en este estudio, como son: planeación, control y regulación, planeación, experiencia y evaluación influyen en la competencia genérica de resolución de problemas matemáticos de tipo numérico Variacional, de igual modo el trabajo en matemáticas favorece dichas habilidades, el valor de la intervención radica en hacer consiente al niño de estos procesos.

2. En cuanto al método de intervención aplicado en la presente propuesta, estructurado en las fases de: Instrucción directa en Metacognición, Protocolo de finalización (pregunta Metacognitiva); Modelado metacognitiva y trabajo cooperativo, estructura que se fundamenta en lo planteado por Mateo (2001) y que se encuentra explicado ampliamente en el diseño metodológico. En esta secuencia se resalta la actividad “protocolo de finalización de clase” como elemento dinamizador para posibilitar la reflexión consiente a través de la pregunta metacognitiva, además en la fase de instrucción directa en metacognición se realizó desde la teoría la discusión sobre conceptos y/o cuestionamientos que hacen parte de la realidad del estudiante pero que pocas veces las piensa como lo son: Qué es Aprendizaje?, Cómo sé que estoy Aprendiendo?, Que son los procesos cognitivo? ¿Qué se entiende por Metacognición? Las lecturas y la discusión de estas preguntas generaron que los estudiantes comprendieran un poco mejor las acciones pedagógicas y didácticas que se generarían posteriormente en la intervención.

Esto ratifica lo dicho por Iriate y sierra (2006)

La aplicación sistemática de un modelo didáctico, inspirado en la filosofía de la transferencia gradual del control del aprendizaje, operacionalizado mediante las fases de instrucción directa, modelado metacognitivo, práctica guiada y aprendizaje cooperativo, influye de manera positiva en el desarrollo de la competencia resolución de problemas matemáticos contextualizados de los estudiantes. (Iriate y sierra, 2006).

Por otro lado se observó, posterior al proceso de intervención que además de la diferencia estadísticamente significativa, en el desarrollo de la competencia genéricas de tipo numérica variacional, los estudiantes mejoraron en su parte actitudinal, aspecto que se refleja en la disposición para la jornada académica, la disminución en el incumplimiento de sus responsabilidades y el número de preguntas que se generaban en clase indicios que su atención estaba centrada en los procesos didácticos trabajados. Se reflejan también algunas características de adquisición de competencia ciudadanas que se observaron luego de la intervención, como la disminución en llamados de atención por diálogos paralelos entre compañeros aspecto relevante y notorios se aclara que este no era objetivo de la actual investigación por ello no hablamos de aspectos medibles sino de aspectos percibidos, pero dado que toda acción de intervención en el aula tiene como marco los procesos educativos y estos desarrollan simultáneamente aspectos formativos en el educando, se considera importante mencionar este hallazgo que en palabras de Rodríguez (2005) dice “La actuación metacognitiva implica un comportamiento consciente y deliberado, es más, creemos que la base de la metacognición no es sólo la realización de elecciones conscientes adecuadas, sino que conlleva una justificación fundamentada de las actuaciones humana.

Las creencias Matemáticas son una de las componentes del conocimiento subjetivo implícito del individuo sobre las Matemáticas y su enseñanza y aprendizaje. Este conocimiento está basado en la experiencia. Las creencias del estudiante se categorizan en términos del objeto de creencia: creencias acerca de las Matemáticas; acerca de uno mismo; acerca de la enseñanza de las Matemáticas; y creencias acerca del contexto en el cual la educación matemática acontece (Mcleod, 1992). En este sentido las experiencias que se brindaron a los estudiantes en el área de matemáticas desde actividades planeadas con estrategias metacognitivas ayudan a fortalecer la creencia de una matemática accesible a todos y de un método personal para recordarla y revivir en casa los procesos de enseñanza vistos en clases.

5.2 Conclusiones

La intervención con estrategias metacognitivas produce tendencias de mejoras estadísticamente significativas en los procesos de aprendizaje de competencias genéricas para la solución de situaciones problemas de tipo numérico variacional.

La organización sistemática del proceso de aprendizaje basado en enseñar a pensar a partir de: la instrucción directa en metacognición, modelado metacognitivo, la pregunta metacognitiva (protocolo de finalización de clases) y trabajo cooperativo influye de manera positiva en el aprendizaje del estudiante en la competencia genérica para la resolución de problemas matemáticos.

En cuanto a la revisión bibliográfica de investigaciones que traten la relación metacognición matemáticas se comenta que los trabajos citan la premisa que el mero trabajo instructivo en matemáticas genera metacognición pero trabajan la relación reciproca como mejorar el aprendizaje de la matemáticas a partir de la metacognición, esta tesis buscó hacer consiente al estudiantes de esa particularidad mientras trabaja en actividades de matemáticas.

Las estrategias metacognitivas, estrategias del pensamiento y estrategias de aprendizaje cuenta con un sustento teórico conceptual fuerte que invita al docente al proceso de transposición didáctica en el área de las matemáticas en pro de la creación de secuencias didácticas de aprendizaje que le permita al niño transferir sus conocimientos a problemas de la vida diaria (competencias para la vida).

El protocolo de finalización de clase es una actividad didáctica que hace uso de la pregunta meta-cognitiva como recurso para que el estudiante logre autorregulación de su conducta cognitiva para la adquisición de un aprendizaje. Además se percibe que a través de este se genera el hábito de reflexión y se propicia conciencia sobre lo aprendido en las clases de matemáticas.

Luego de la intervención se observó que algunos estudiantes presentaron variaciones frente sus rutinas de clases. Esto es: Se dan a la tarea de verificar los procesos realizados al momento de

dar respuesta a una situación problema, conducta que no realizaban con anterioridad al igual que existía un compromiso de dar razones por los métodos empleados mostrando interés por dar a conocer su punto de vista más que buscar la aprobación del docente.

Enseñar matemáticas desde estrategias metacognitivas en pro de generar competencias genéricas en el área exige un mayor compromiso del docente en los proceso de planificación de los eventos de clases y las evidencias de aprendizaje de los estudiantes son más tardías.

Tal y como se expuso en la introducción, nuestro estudio se realizó bajo un diseño cuasi experimental de grupo control no equivalente, en donde los controles pertenecen a un establecimiento educativo diferentes al de los experimentales, este diseño ofrece riesgos en cuanto a su validez interna que los investigadores han sorteado a fin de garantizar la veracidad del estudio, pese a esto las particularidades de este estudio en cuanto a su diseño sugiere otra serie restricciones que aumenten el control de las variables extrañas como son el contexto de las instituciones si se desea replicar, sin embargo los resultados encontrados coinciden con otras investigaciones que pusieron de manifiesto la mejora en el desarrollo de competencias en matemáticas a partir del diseño de un plan de intervención basado en estrategias metacognitivas lo cual sugiere una tendencia positiva en cuanto a la relación de las variables de estudio y al trato de los investigadores al diseño empleado.

6. RECOMENDACIONES

Realizar estudios correlacionales a fin de determinar la relación metacognición y matemáticas en busca de mejorar los proceso de enseñanza de las estrategias metacognitivas y su aplicación efectiva.

Realizar estudios a otras poblaciones asegurando e control de la variables extrañas con el fin de validar los resultados aquí encontrados.

Realizar este tipo de investigaciones en otro tipo de pensamiento matemático y competencias no genéricas.

7. LIMITACIONES

El tiempo de la intervención fue de cuatro meses el cual es un periodo corto para evidenciar modificabilidad cognitiva en torno a la disciplina. Los resultados fueron positivos en otra prueba faltaría comparar con el rendimiento general del área.

Solo se evaluaron problemas del tipo numérico Variacional en sus tres componente comunicación, razonamiento y resolución de problemas, lo cual es un limitante frente a los pensamiento matemáticos que no se trabajaron como son aleatorio, y geométrico métrico.

Por el número de estudiantes no se pudo realizar un trabajo personal uno a uno en pro de determinar individualmente las estrategias más usadas por ellos o esquemas mentales con el cual trabajan en matematizas.

La dinámica escolar en su calendario no permitió aplicar el post test de metacognición a los cuatro grupos, sino únicamente a los dos grupos que les había aplicado el pre test.

8. BIBLIOGRAFÍA

- Ato, M. Tipología de los diseños cuasiexperimentales. En: Anguera, M. T.; Arnau, J.; Ato, M.; Martínez, R.; Pascual, J. & Vallejo, G. (Eds.). Métodos de investigación en Psicología. Madrid, Síntesis, 1995.
- Ausubel, D. P. (1981). Psicología educativa un punto de vista cognoscitivo. México: Trillas.
- Bara, P (2001) Estrategias metacognitivas y de aprendizaje: estudio empírico sobre el efecto de la aplicación de un programa metacognitivo, y el dominio de las estrategias de aprendizaje en estudiantes de e.s.o, b.u.p y universidad, Madrid, universidad complutense, facultad de educación Dpto. de didáctica y organización escolar.
- Bisquerra, Rafael. (2004). Métodos de investigación educativa, Guía práctica. CEAC Educación Manuales.
- Bravo Estévez, M. D. L. (2002). Una estrategia didáctica para la enseñanza de las demostraciones geométricas.
- Brousseau, G. (1986) "Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques", Recherches en Didactique des Mathématiques 7(2), 33-115.
- Brown, A. (1987) "Metacognition, Executive Control, Self Regulation and other more mysterious mechanisms" en Weinert, F. y Kluwe, R. (Eds.) Metacognition, Motivation and Understanding. Broadway: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers (pp. 65-116).
- Burón, J. 1996 *Enseñar a aprender: Introducción a la metacognición*. Ediciones Mensajero. Bilbao.
- Buron, J. 1996 Enseñar Aprender: Introducción a la metacognición edición Mensajero. Bilbao.

Carretero, M. (2001). *Metacognición y educación*. Buenos Aires: Aique.

Cofre y Tapia, 1995, como desarrollar el pensamiento lógico matemático, Chile, Editorial Universitaria.

Coll, C., Pozo, I., Sarabia, B., Valls, E. *Enseñanza y aprendizaje de conceptos, procedimientos y actitudes*. Madrid. Aula. XXI/ Santillana, 1992.

D'Amore B. (2008). Epistemología, didáctica de la matemática y prácticas de enseñanza. *Enseñanza de la matemática*. Revista de la ASOVEMAT (Asociación Venezolana de Educación Matemática). Vol. 17, n° 1, 87-106.

De Morales Ibáñez, M. M., & Alzina, R. B. (2006). Evaluación de un Programa de Educación Emocional para la prevención del estrés psicosocial en el contexto del aula. *Ansiedad y estrés*, 12.

De Sánchez, Margarita. (1994): Desarrollo de habilidades metacognoscitivas. Programa para el desarrollo de habilidades de pensamiento.

Enseñanza de las Ciencias: revista de Investigación y Experiencias Didácticas Barcelona 2000, v. 18, n. 3, noviembre; p. 369-380.

Ferrer, M. (2000). La resolución de problemas en la estructuración de un sistema de habilidades matemáticas en la escuela media cubana. Disertación Doctoral. Instituto Superior Pedagógico "Frank País García". Santiago de Cuba.

Flavell, J. (1992). Metacognition and Cognitive Monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry, en Nelson, T.O. (ed.). *Metacognition. Core readings*. Boston: Allyn and Bacon.

- Flavell, J.H. & Wellman H. (1976). Metamemory. Paper in Annual Meeting of the American psychological association. Ag - sept. Chicago.
- Franco Justo, C. (2006). Relación entre las variables autoconcepto y creatividad en una muestra de alumnos de educación infantil. *Revista electrónica de investigación educativa*, 8(1), 1-16.
- García Gaitero, O., & Naranco, F. J. (2016). La cara B de la resolución de problemas matemáticos se soluciona con el aprendizaje autorregulado. *Didáctica, innovación y multimedia*, (33), 0001-9.
- Gpe, Y. y Solís, M. (2012). *Diseño de Cuatro Grupo de Solomon*. Maestría en Educación. [Blog en línea] Consultado el 02 de junio de 2014 en: <http://educacion-upav.blogspot.com/2012/08/disenodecuatroguposdesolomon.html>.
- ICFES. (2013). Alineación del examen saber 11 http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-335447_archivo_pdf_ICFES.pdf.
- Iriarte Pupo A., Sierra Pineda I. Estrategias metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos. Fondo editorial Universidad de Córdoba. Grupo de Investigación Cymted-L. ISBN-10(13): 978-958-9244-38-8.
- Lester, FK. (2013). Pensamientos acerca de la investigación sobre la enseñanza en la resolución de problemas matemáticos, 10(1&2), 245–278.
- MANTEROLA, C. & OTZEN, T. Estudios experimentales 2ª parte. Estudios cuasi-experimentales. *Int. J. Morphol.*, 33(1):382-387, 2015.
- Mateos, M. (2000). Metacognición en expertos y novatos. En: J. I. Pozo y C. Monereo (Coord.). *El aprendizaje estratégico. Enseñar a aprender desde el currículo* (pp. 123-129) Madrid: Aula XXI/Santillana.

Mateos, M. (2001). *Metacognición y educación*. Serie Psicología Cognitiva y Educación. Buenos Aires, Argentina: Aique Grupo Editor.

MEN, 2006. Document 3 Estándares básicos de competencias. ISBN 958-691-290-6.

Ministerio de Educación Nacional (MEN), (1998) *Lineamientos curriculares área de matemática*. Bogotá. Colombia.

Monereo, C. (1997). & Castelló, M. (1997). *Las Estrategias de aprendizaje. Cómo incorporarlas a la práctica educativa*. Barcelona: Edebé.

Monereo, C. et al (1999). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje formación del profesorado y aplicación en la escuela*. Editorial Graó. Sexta edición. Barcelona.

Morales, M. (2007). *El cambio cognitivo en el niño de aprendizaje lento, una mirada desde la teoría de la modificabilidad estructural cognitiva*. Bogotá D.C. Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.

Osses, S. y Jaramillo, S. (2008). *Metacognición: un camino para aprender a aprender*. Revista estudios pedagógicos volumen XXXIV. Pp. 187-197.

Piaget (1970). *Piaget's theory*. En : P.H. Mussen (Ed.), *Carmichael's manual of child psychology*. Nueva York: Wiley. Versión castellana de M. Serigos (1981) en monografía de Infancia Aprendizaje, 2, 13-54.

Polya, G (1945). *How to Solve It*. Garden City, New York: Doubleday.

Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas, México.

Pozo, J. I; Monereo, C y Castelló, M. (2001). *El uso estratégico del conocimiento*. En: Coll, C; Palacios, J y Marchesí, A. *Psicología de la Educación Escolar*. Alianza Ed. Madrid.

Roser Bono Cabré, Diseño cuasi experimental 2012.

Sánchez, M. D. P., Martínez, O. L., García, M. R. B., Renzulli, J., & Costa, J. L. C. (2002). Evaluación de un programa de desarrollo de la creatividad. *Psicothema*, 14(2), 410-414.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. California: Academic Press.

Schoenfeld, A.(1992). "Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense making in Mathematics", en: GROUWS, D.A. (ed), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, New York, Macmillan.

Soto, C. (2002). *Metacognición, cambio conceptual y enseñanza de las ciencias*. Editorial Magisterio. Bogotá, Colombia.

Triana Mazario (2011, p.124) <http://monografias.umcc.cu/monos/2003/Mono24.pdf>.

Troncoso Giron, O. (2013) *Estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas: Una intervención en el aula para determinar las implicaciones de la implementación de estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas*. Universidad el Tolima Colombia.

Vygotski, L.S. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Crítica.

Vygotsky 1991 zona de desenvolvimiento proximal,
<http://www3.uma.pt/carlosfino/publicacoes/11.pdf>.

ANEXOS

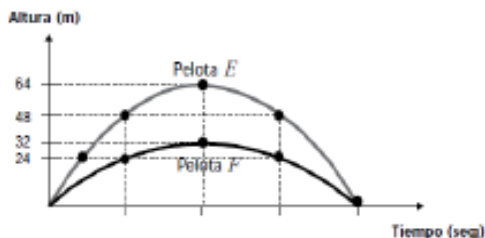
Anexo 1. Instrumento de Matemáticas.

		Docentes investigadores Lic. Dairo David Díaz Díaz Lic. Jorge Palomino Vélez
--	--	--

Test de competencias genéricas en matemáticas según el componente numérico variacional (ICFES 2013-2015)
 A CONTINUACION encontraras 17 preguntas, de opción múltiple con única respuesta del área de matemáticas. En cada pregunta deberás seleccionar SOLO UNA OPCION, aquella que consideras CORRECTA. Para ello contarás con un tiempo de 60 minutos a partir, que lo autorice tu profesor. EXITOS!

NOMBRE _____ GRADO _____ FECHA _____

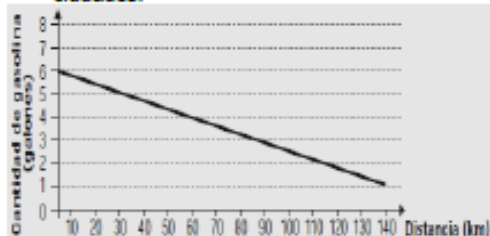
1. La gráfica representa la trayectoria de dos pelotas, E y F, que se lanzaron simultáneamente con velocidad inicial diferente. Los valores correspondientes al tiempo transcurrido no se muestran en la gráfica.



¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones sobre el tiempo transcurrido y la altura alcanzada por cada una de las pelotas es o son verdadera(s)?

- | |
|--|
| I. La pelota E alcanzó mayor altura
II. La pelota F alcanzó la máxima altura antes que la pelota E.
III. Las pelotas E y F emplearon el mismo tiempo en realizar su recorrido. |
|--|
- a. I solamente.
 b. III solamente.
 c. I y II solamente.
 d. I y III solamente.

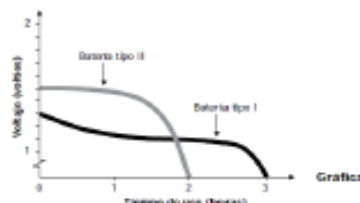
2. La gráfica representa la cantidad de galones de gasolina que tiene el tanque de un automóvil, cuando se desplaza entre dos ciudades.



El conductor afirma que el automóvil consumió en total 4 galones de gasolina en este Desplazamiento.

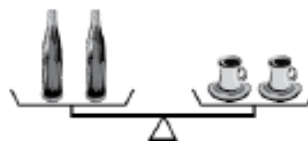
- Esta afirmación es
- a. falsa, porque consumió 5 galones en total.
 b. falsa, porque consumió 1 galón en total.
 c. verdadera, porque inició su recorrido con 4 galones y terminó sin gasolina.
 d. verdadera, porque inició su recorrido con 5 galones y terminó con 1 galón.

3. En la gráfica se representa el cambio del voltaje de dos tipos de baterías (I y II) en función del tiempo, cuando estas se usan continuamente.



¿Cuáles son los voltajes iniciales (en voltios) de las baterías tipo I y tipo II?

- a. 0,5 y 0,7 respectivamente.
 b. 1,3 y 1,5 respectivamente.
 c. 2 y 3 respectivamente.
 d. 4 y 8 respectivamente.
4. La balanza de la figura está en equilibrio. La ecuación $2(x + y) = 2z$, donde x corresponde a la masa de cada plato, y a la masa de cada pocillo y z a la masa de cada botella, representa la situación.



Figura

¿Cuáles de las siguientes son posibles masas, en gramos, de los objetos?

- a. $x = 20, y = 15$ y $z = 35$
 b. $x = 40, y = 10$ y $z = 30$
 c. $x = 35, y = 15$ y $z = 20$
 d. $x = 30, y = 40$ y $z = 10$
5. En nuestro planeta, la superficie ocupada por los océanos es de aproximadamente $3,6 \times 10^{14} \text{ m}^2$ y su profundidad promedio es de $3,7 \times 10^3 \text{ m}$.
- ¿Cuál de las siguientes expresiones representa el volumen aproximado, en m^3 , de agua oceánica en el planeta?
- a. $(3,6 \times 3,7) \times 10^3$
 b. $(3,6 \times 3,7) \times 10^8$
 c. $(3,6 \times 3,7) \times 10^{17}$
 d. $(3,6 \times 3,7) \times 10^{42}$
6. para determinar si una persona tiene o no sobrepeso, los médicos utilizan el índice de masa corporal (IMC) que se calcula a partir de la fórmula $\text{IMC} = \frac{\text{peso}}{\text{altura}^2}$ donde el peso está medido en kilos y la altura en metros.

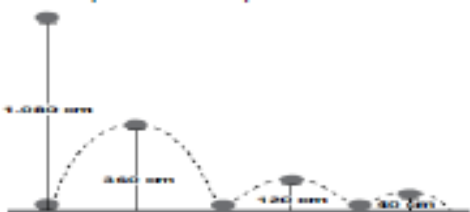
En la tabla aparece una clasificación de acuerdo con el IMC.

Clasificación	IMC de una persona
Bajo peso	Hasta 18,5
Normalidad	18,6-24,9
Sobrepeso	25-29,9
Obesidad	Más de 30

Una persona que pesa 50 kilos y mide 1,60 metros afirma estar clasificada en el rango de normalidad.

Esta afirmación es

- falsa, porque su peso debe estar entre 18,6 y 24,9 kilos.
 - falsa, porque con estas medidas su IMC sería próximo a 30.
 - verdadera, porque su IMC está entre 19 y 24.
 - verdadera, porque la razón entre su peso y estatura es 37,5.
7. Una pelota se deja caer desde una altura de 1.080 cm. En la gráfica se muestran las alturas que alcanza la pelota en cada rebote.



La altura de cada rebote es

- un noveno de la altura alcanzada en el rebote anterior.
 - un cuarto de la altura alcanzada en el rebote anterior.
 - un tercio de la altura alcanzada en el rebote anterior.
 - un medio de la altura alcanzada en el rebote anterior.
8. El siguiente aviso se encuentra en la entrada de un parque deportivo.

CANCHA DE MICROFÚTBOL	
Alquiler por partido	\$60.000
Servicio de ducha por persona	2.000

La expresión que permite determinar el valor que debe pagar un grupo por el alquiler de la cancha de microfútbol, para un partido, dependiendo del número de jugadores que utilice la ducha es $a = 2.000j + 60.000$, donde a representa el valor a pagar y j el número de jugadores que usan el servicio de ducha.

¿En cuál de las siguientes tablas se representa correctamente la relación entre el costo por pagar y el número de jugadores que utilizan la ducha?

A.

No. j de jugadores que usan la ducha	Valor a por pagar (\$)
0	62.000
1	62.000
2	62.000
3	62.000
4	62.000
5	62.000

B.

No. j de jugadores que usan la ducha	Valor a por pagar (\$)
0	60.000
1	62.000
2	64.000
3	66.000
4	68.000
5	70.000

C.

No. j de jugadores que usan la ducha	Valor a por pagar (\$)
0	2.000
1	62.000
2	122.000
3	182.000
4	242.000
5	302.000

D.

No. j de jugadores que usan la ducha	Valor a por pagar (\$)
0	0
1	62.000
2	124.000
3	186.000
4	248.000
5	310.000

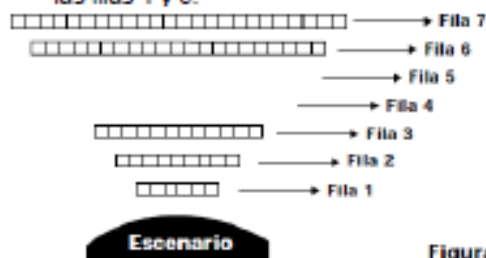
9. Un profesor califica una prueba de la siguiente forma: por cada respuesta correcta suma 5 puntos, por cada respuesta incorrecta resta 2 puntos y cuando el estudiante no contesta, no suma ni resta puntos. Claudia, Enrique y Omar obtuvieron los resultados que muestra la tabla.

Estudiante	Aciertos	Incorrectas	No contestadas
Claudia	12	8	0
Enrique	10	6	4
Omar	11	5	4

Si los puntajes obtenidos por cada estudiante se ordenan, de mayor a menor, el orden es:

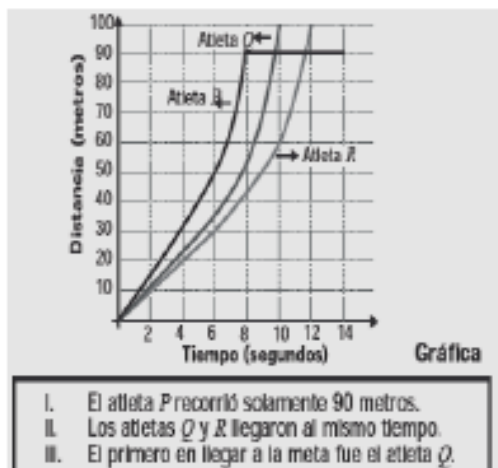
- Claudia, Enrique y Omar.
- Omar, Claudia y Enrique.
- Claudia, Omar y Enrique.
- Enrique, Omar y Claudia

10. La figura representa la disposición de las sillas de algunas de las 7 primeras filas de un auditorio. En la figura falta la información de las filas 4 y 5.



La disposición de las sillas determina una secuencia. ¿Cuántas sillas en total hay en las filas 4 y 5?

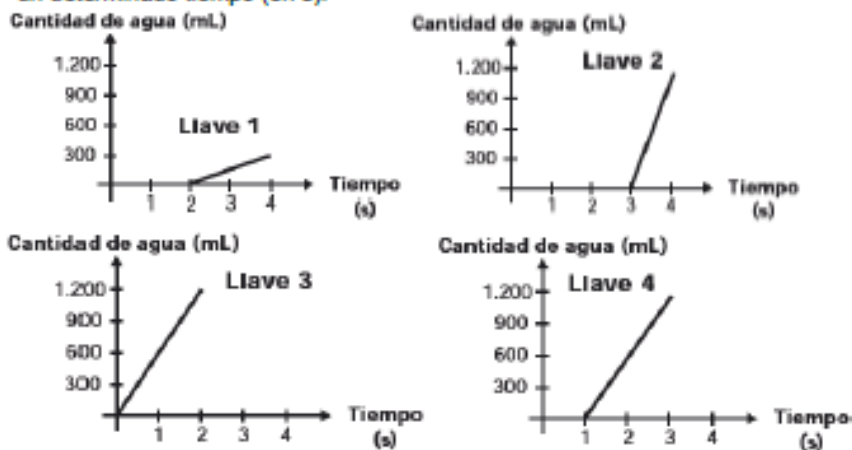
- 9
 - 26
 - 33
 - 72
11. La gráfica representa la distancia (en metros) recorrida por los atletas P, Q y R, en función del tiempo (en segundos) empleado por ellos durante una carrera de 100 metros.



¿Cuál o cuáles de las anteriores afirmaciones, sobre la carrera de los atletas P, Q y R, es o son verdadera(s)?

- II solamente.
- III solamente.
- I y II solamente.
- I y III solamente.

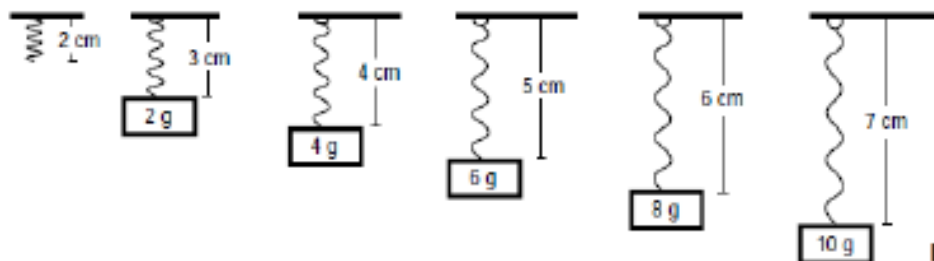
13. Una embotelladora llena botellas de agua, de la misma capacidad, con cuatro llaves diferentes. Las siguientes gráficas representan la cantidad de agua (en mL) que vierte cada una de las llaves en un determinado tiempo (en s).



¿Con cuál de las llaves se emplea más tiempo para llenar una botella?

- Llave 1.
- Llave 2.
- Llave 3.
- Llave 4.

14. La figura muestra la longitud inicial de un resorte (en cm), y la que alcanza este resorte cuando sostiene bloques de distintas masas (en g).



Figura

12. El costo del servicio de taxi en algunas ciudades se calcula por las unidades que marca un aparato llamado taxímetro que inicia su conteo en 25 unidades (banderazo). En la tabla se presenta información sobre costos en una cierta ciudad

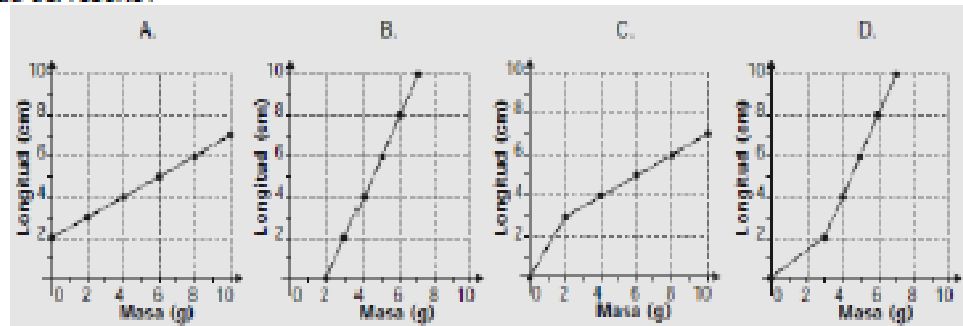
Descripción	Número de unidades	Costo \$
Arranque o banderazo	25	1.600
Cada 100 metros recorridos	1	64
Cada minuto detenido	1	64

En un servicio, un taxi recorrió 3 km y estuvo detenido 5 minutos.

¿Con cuál de los siguientes procedimientos se puede calcular correctamente el costo del servicio?

- $64(30 + 2)$
- $1.600 + 64 + 64(30)$
- $64(5 + 30)$
- $1.600 + 64(5 + 30)$

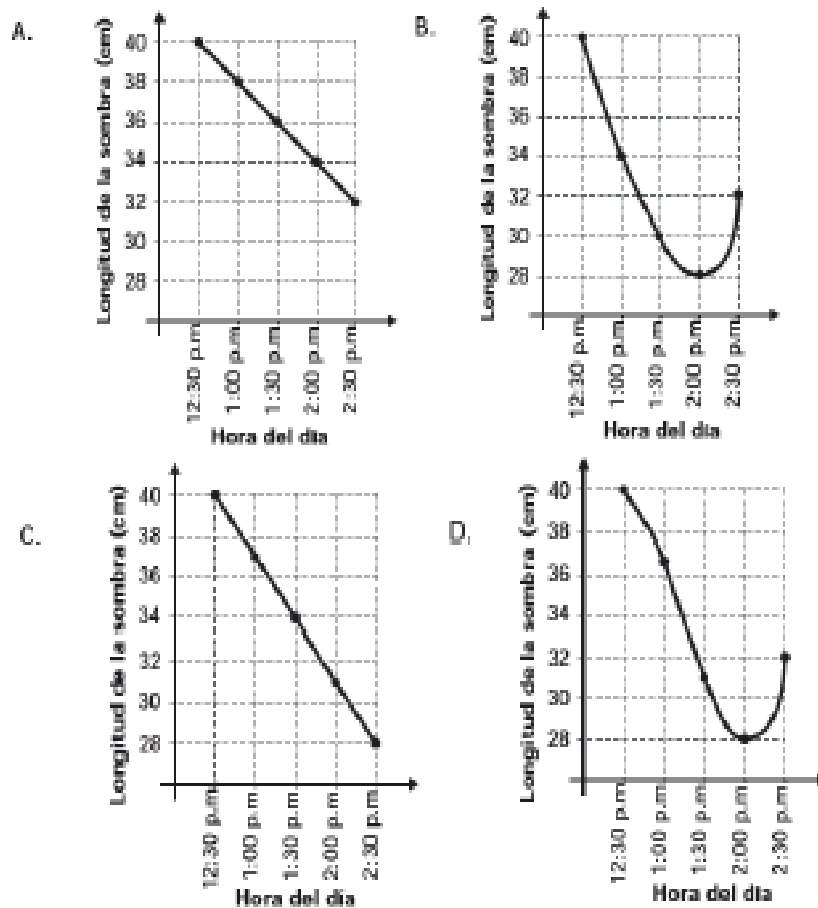
¿Cuál de las siguientes graficas representa correctamente la relación entre la masa del bloque y la longitud del resorte?



15. La tabla muestra la información sobre la longitud (en cm) de la sombra de un objeto a diferentes horas del día en un mismo lugar.

Hora del día	Longitud de la sombra
12:30 pm	40
1:00 pm	34
1:30 pm	30
2:00 pm	28
2:30 pm	32

¿Cuál de las siguientes gráficas describe adecuadamente la información presentada en la tabla?



16. La gráfica representa el nivel de concentración de azúcar en la sangre, medida en miligramos por decilitro (mg/dL), de tres personas, durante 6 horas

Anexo 2. Situación Problemica 1 – Pregunta Metacognitiva.**Anexos****Institución Educativa de Aguas Negras****Matemáticas – Situación problema – Preguntas Metacognitivas**

Nombre: _____ Edad _____ Grupo _____

Lee cuidadosamente la siguiente actividad e intenta responder la pregunta propuesta.

- Supón que compraste un auto, que tiene las siguientes características:

1. Modelo 2014.
2. Color azul.
3. El costo del auto 23.000.000.
4. Las llantas tienen un diámetro de 60 cm.
5. Velocidad Max 270Km/h

¿Qué edad tiene el Dueño del auto?

¿Cuántas respuestas diferentes y correctas tiene la situación anterior?

Consulta Método para la resolución de problemas según Polya y aplica los pasos en el problema anterior.

Situación Problemática 2 – Pregunta Metacognitiva.

Anexos

Institución Educativa de Aguas Negras

Matemáticas – Situación problema – Preguntas Metacognitivas

Nombre: _____ Edad _____ Grupo _____

- En un vaso se introduce una bacteria, la cual tiene como característica duplicarse por segundo, esto es. Un segundo después de haber introducido la bacteria hay dos, un segundo después 4, un segundo después 8 y así sucesivamente, si el vaso se llenó a los 60 segundos. ¿A los cuantos segundos estaba por la mitad?

¿Cuál crees es la respuesta que darán la mayoría de tus compañeros?

¿Consideras que la respuesta será correcta porque el problema es sencillo?

Si un compañero dice que la respuesta es 30 seg ¿Qué parte de la situación no tuvo en cuenta?

Si un compañero dice que la respuesta es 59 seg ¿Qué parte de la situación tuvo en cuenta?

Situación Problemática 3 – Pregunta Metacognitiva.

Institución Educativa de Aguas Negras

Matemáticas – Situación problema – Preguntas Metacognitivas

Nombre: _____ Edad _____ Grupo _____

Un pozo se ha llenado en 10 horas, de tal manera que a la segunda hora el contenido es el doble de lo que había a la primera hora. a la tercera hora tendrá el doble de lo que habrá en la segunda hora así sucesivamente, es decir, a cada hora se dobla el contenido del líquido en el pozo. ¿qué parte estará llena al final de la sexta hora?

¿Existe alguna similitud entre la situación de la actividad 2 y la de la actividad 3?

¿Es posible que alguien afirme correctamente que al finalizar la sexta hora el pozo debe estar más de la mitad?

¿Qué cantidad de agua tendrá el pozo al finalizar la hora 9?

Consulta el término de modelación Matemáticas

Argumenta en no más de 5 renglones si se puede establecer un ejemplo de modelación entre la actividad del anexo 2 y la del anexo 3

Situación Problemática 4 – Pregunta Metacognitiva.

Institución Educativa de Aguas Negras

Matemáticas – Situación problema – Preguntas Metacognitivas

Nombre: _____ Edad _____ Grupo _____

El exponente que se tiene de base dos, al realizar la operación $2^{2026} - 2^{2025}$ es.

¿Recuerdas lo que es un exponentes?

¿Qué temas consideras están relacionados en ese ejercicio?

¿De los temas mencionados anteriormente, tienes dominio?

¿Cuál es la dificultad que se presenta para dar solución?

Si se plantea varios modelos similares para este ejercicio con exponentes pequeños que puedas encontrar rápidamente su resultado ¿cuáles serían?

--

Se puede afirmar correctamente que 2^{2025} es la mitad de 2^{2026} ¿por qué?

¿Si a un número le resta su mitad, el resultado es?

¿Lo anterior tiene lógica en tus esquemas de pensamiento?

Situación Problemática 5 – Pregunta Metacognitiva.

Institución Educativa de Aguas Negras

Matemáticas – Situación problema – Preguntas Metacognitivas

Nombre: _____ Edad _____ Grupo _____

Andrés quiere comprar una camiseta de 97.000 pesos, y le pide 30.000 a su madre y 30.000 a su padre, La paga, y le devuelven 3.000, le das 1.000 a su madre, y otros 1.000 a su padre, los 1000 que sobran se los queda. Por lo tanto solo le debe 49.000 a su madre y 49.000 a su padre, Entonces Andrés piensa que fue engañado dado que $49.000 + 49.000 + 1.000 = 99.000$. ¿Se perdieron 1.000 pesos?

¿Es lógico el razonamiento que hace Andrés en la parte subrayada?

¿Es correcto que Andrés sume los 1.000 pesos con los que se quedó?

¿De qué otra forma llevarías la cuenta para que NO parezca que se perdieron 1.000 pesos?

Anexo 3. Guía de trabajo cooperativo.

Institución Educativa de Aguas Negras
Matemáticas – Guía Trabajo Cooperativo

Nombre: _____ Edad _____ Grupo _____

Estrategia	Objetivos
Experiencia y control	<p>Desarrollar experiencia a partir de la sensación éxito y/o fracaso en cada uno de los intentos que realizan.</p> <p>Determinar la cantidad de intentos que como grupo realiza para lograr la actividad</p>



diapositivas.com
www.diapositivas.com

REINICIAR

Intercambia la posición de las ranas verdes con las ranas café.

Anterior Siguiente
Salir

Institución Educativa de Aguas Negras
Matemáticas – Guía Trabajo Cooperativo

Nombre: _____ Edad _____ Grupo _____

Tipo de Estrategia	Objetivos
Planeación y Ejecución	<p>Que el grupo diseñe una estrategia que le posibilite lograr el ejercicio en el menor número de intentos</p> <p>Que se lleven a cabo las acciones planeadas de forma satisfactoria para la consecución exitosa del ejercicio.</p>



diapositivas.com
www.diapositivas.com

PLAY

- > Ayuda a la familia a cruzar el puente. Ten en cuenta que es de noche y ocupan la linterna para cruzar.
- > Cada miembro cruza a una velocidad distinta (1 seg., 3 seg., 6 seg., 8 seg. y 12 seg.)
- > El puente sólo resiste un máximo de 2 personas.
- > Un perro debe cruzar a la velocidad del miembro más lento.
- > La linterna sólo dura 30 segundos.

Anterior Siguiente

Salir