Estrategias Didácticas para Potenciar El Pensamiento Geométrico Aplicando Tecnologías Computacionales y El Modelo de Van Hiele

(EDPPG)

Eugenio Therán Palacio

Elver Oviedo Vergara

Maestría en Educación

Sistema de Universidades Estatales del Caribe Colombiano

SUE-CARIBE

Montería

2019

Estrategias Didácticas Para Potenciar El Pensamiento Geométrico Aplicando Tecnologías Computacionales y El Modelo de Van Hiele
(EDPPG)

Eugenio Therán Palacio
Elver Oviedo Vergara

Trabajo presentado como requisito para optar el título de Magíster en Educación

Magister
Juan Alberto Barboza Rodríguez
Asesor

Maestría en Educación
Sistema de Universidades Estatales del Caribe Colombiano
SUE-Caribe
Montería
2019

Nota de aceptación

______________________________

______________________________

______________________________

Presidente del Jurado

Jurado

Jurado

Montería, Córdoba, diciembre de 2019.

A Dios, el inconmensurable viabilizador de conocimiento geométrico, quien surte mis necesidades cognitivas especiales, como en la necesidad de investigar y compartir.

A mi Esposa, Eliana Margarita y a mis hijos, Eugenio José, María Eugenia y Aura Lucia, quienes me alegran la vida.

Eugenio Therán Palacio

En la ignorancia los ríos cantan y mi alma de ella huye como tú lo deseas y hacia donde tú quieras.

A mi esposa e hijos con incontable amor, suspiros porque “en un beso, sabrán todo lo que he callado”.

Elver Oviedo Vergara (citando a Neruda)

## Agradecimientos

Queremos expresar nuestros más sinceros agradecimientos, a:

Todos los estudiantes de sexto grado y profesores de la Institución Educativa Gabriel García Márquez de Corozal, colaboradores en el desarrollo del trabajo investigativo.

Los profesores directores de grupo por permitir la ejecución de estas experiencias en sus aulas.

Al profesor Albeiro López Cervantes por su valiosa colaboración en el análisis cuantitativo de los resultados de la investigación.

Al Sistema de Universidades Estatales del Caribe Colombiano, SUE-Caribe, por apoyar el mejoramiento de la calidad educativa de los docentes sucreños.

## Resumen

Con este proyecto de investigación se pretendió determinar la incidencia del empleo de estrategias didácticas, con el uso de programas computacionales y el modelo de Van Hiele, en el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes. La presente investigación esta soportada en los principios constructivistas de Piaget y Vygotsky. El estudio se realiza en dos grupos del grado sexto de la Institución Educativa Gabriel García Márquez, de Corozal, Sucre, Colombia, bajo un enfoque cuantitativo de tipo cuasiexperimental. En el análisis de la información se utilizaron técnicas cualitativas, para describir y explicar el proceso de intervención con estrategias innovadoras que englobaron tecnologías computacionales y la teoría de Van Hiele, y métodos cuantitativos, para establecer inferencias sobre los rendimientos de los estudiantes al realizar las pruebas Pretest y Postest de validación de aprendizajes.

Como resultados relevantes de la investigación se tienen entre otros aspectos una mejora de los niveles de comprensión de la geometría en los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Gabriel García Márquez de Corozal, a través de la intervención con estrategias didácticas que emplearon tecnologías computacionales y la teoría de Van Hiele.

Palabras claves: Estrategias didácticas, pensamiento geométrico, Cabri Géomètre, Teoría de Van Hiele**.**

## Contenido

## Lista de Tablas

Pág.

## Lista de Anexos

Pág.

## Lista de Gráficos

## Introducción

El Plan Nacional Decenal De Educación (PNDE) 2016-2026, del Ministerio de Educación Nacional, impulsa el uso pertinente, pedagógico y generalizado de las nuevas y diversas tecnologías para apoyar la enseñanza, la construcción de conocimiento, el aprendizaje, la investigación y la innovación, fortaleciendo el desarrollo para la vida; el lineamiento general de este desafío es formar a los maestros en el uso pedagógico de las diversas tecnologías y orientarlos para poder aprovechar la capacidad de estas herramientas en el aprendizaje continuo de los estudiantes. Esto permitirá incorporar las TIC (Tecnologías de la Información y Comunicación) y diversas tecnologías y estrategias como instrumentos hábiles en los procesos de enseñanza –aprendizaje y no como finalidades. Fomentar el uso de las TIC y las diversas tecnologías, en el aprendizaje de los estudiantes en áreas básicas y en el fomento de las competencias siglo XXI, a lo largo del sistema educativo y para la vida.

Las nuevas tecnologías irrumpen de manera acelerada día tras día en los escenarios educativos; de hecho, con esta investigación se pretende validar las tecnologías computacionales como herramientas poderosas, para reorganizar el currículo de matemática y aumentar el espectro de posibilidades didácticas frente a la necesidad de desarrollar el pensamiento geométrico de los estudiantes.

En este mismo sentido, el Ministerio de Educación Nacional desde el año 2000 implementó el proyecto “Incorporación de las nuevas tecnologías en el currículo de matemáticas de la educación básica secundaria y media de Colombia”. Como producto de este proyecto, se obtuvo una serie de libros, entre ellos *Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales* (2004), el cual se tuvo como soporte para el diseño de las estrategias didácticas, en la medida en que presenta un compendio de situaciones didácticas que pueden ser objeto de validación en el aula de clases.

Igualmente, La Universidad de Sucre lideró el Proyecto Incorporación de las Nuevas Tecnologías desde el año 2000. La experiencia acumulada en el desarrollo del proyecto posibilitó la elaboración de trabajos de grado de los estudiantes de la licenciatura en matemáticas en la línea de las nuevas tecnologías y la participación de algunos de los miembros en eventos de carácter académico a nivel nacional e internacional y la publicación de sus experiencias por parte del

Ministerio de Educación Nacional.

Con la presente investigación se busca, aportar a la consolidación de grupos de investigación en el campo de la Educación Matemática en la línea de las estrategias didácticas en procura de una intervención critica que apunten a un desarrollo institucional, contribuyendo al mejoramiento de la calidad de la educación en la medida que se forme y transforme el conocimiento de las realidades socialmente construidas de los actores que participan en el proceso educativo. Adicionalmente en el caribe colombiano se requieren educadores matemáticos idóneos para que contribuyan a dar solución a los problemas existentes en el desempeño profesional como el fortalecimiento de las estrategias metodológicas, innovación en sus prácticas pedagógicas, la creación de una cultura de calidad académica, entre otros aspectos.

Con este estudio se contribuyó con una mejora de los niveles de comprensión de la geometría en los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Gabriel García Márquez de Corozal, a través de la intervención con estrategias didácticas innovadoras y pertinentes con el uso de tecnologías computacionales y el modelo de Van Hiele.

El presente trabajo investigativo consta de cinco apartados. El primero se refiere al planteamiento del problema y su descripción, la pregunta de investigación, la justificación y los objetivos de investigación. El segundo involucra al marco referencial, que se desglosa en el estado del arte y el marco teórico. El tercero refiere a los aspectos metodológicos. El cuarto engloba el análisis e interpretación de los resultados y en el quinto apartado se ponen en consideración algunas recomendaciones y sugerencias.

# 1. Planteamiento del Problema

## 1.1 Descripción y Planteamiento del Problema

Los cambios vertiginosos en ciencia y tecnología, plantean nuevos retos y desafíos a la educación colombiana, para lo cual se requiere tener una formación con altas competencias para poder interactuar eficientemente en este mundo pluricultural, interconectado y globalizado. Colombia no puede estar de espaldas frente a tales desafíos y en este sentido todas las iniciativas de orden gubernamental, deben apuntar hacia el cumplimiento de altos estándares de calidad en todos los procesos educativos que contribuyan a la estructuración de un tejido social equitativo y competitivo. Entre las estrategias asumidas por Colombia para enfrentar los nuevos avances de la ciencia y la tecnología, se pueden señalar el Plan Sectorial de Educación y el Plan Nacional Decenal de Educación (PNDE) a 2026.

Entre otras cosas, con el Plan Sectorial de Educación (2010) se pretendió robustecer la formación técnica y tecnológica y la implementación de nuevas tecnologías en los procesos de aula y de acuerdo con el PNDE a 2026 (2017), el crecimiento económico y el bienestar social se sustentan en la capacidad de las naciones para generar y adaptar el conocimiento. Es por tanto que, en el mundo actual, los países han comprendido el desafío de lograr una mayor agregación de valor y conocimiento en procesos de producción y, para ello, la ciencia, la tecnología y la innovación son indispensables. En este sentido se están viendo nuevas formas de producir conocimientos con un elevado componente tecnológico que contribuyan a generar un enriquecimiento y conocimiento colectivo.

Saber matemáticas es una necesidad imperiosa en una sociedad cada vez más compleja y tecnificada como la colombiana, en la que se hace difícil encontrar lugares que no hayan sido permeados por las matemáticas. En función de este hecho, seria consecuente esperar un incremento notorio o generalizado de la cultura matemática entre la población. Sin embargo, no parece que ello sea así. Partiendo de un estudio pionero de la UNESCO a través de su Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad en la Educación (LLECE), publicado en 2006, se puede aseverar que en la mayoría de los *países latinoamericanos* (incluido Colombia) las competencias en matemáticas *se encuentran en un nivel relativamente bajo*; concluye la UNESCO que es necesario hacer un esfuerzo mucho mayor que el actual a fin de mejorar los aprendizajes en lenguaje y matemática. (Chaucanes, Therán y Escorcia, 2006).

Por otra parte, el Programa de Promoción de la Reforma Educativa en América Latina y el Caribe, PREAL (2003), en sus resultados de las evaluaciones nacionales e internacionales muestran que solamente 20 de 100 estudiantes logran comprender lo que leen, comunicar sus ideas por escrito y son capaces de solucionar problemas matemáticos complejos.

De igual forma, los resultados obtenidos en el Programa de Evaluación Internacional de Estudiantes, más conocido como PISA (2012), para Colombia, no son muy alentadores, puesto que se contó dentro de los peores resultados ocupando el puesto 62 de 65 países.

A menudo, los aprendizajes de geometría se han basado, casi exclusivamente, en un estudio memorístico de áreas, volúmenes, definiciones geométricas, y en construcciones de tipo mecanicista y completamente descontextualizadas. Es sabido, por otra parte, que la escuela confinó la enseñanza de la geometría a los aspectos métricos (aritmetización) y a una introducción a la trigonometría, caracterizándose, a la vez, por una fuerte tendencia a la resolución automática de problemas (Martín, 2003).

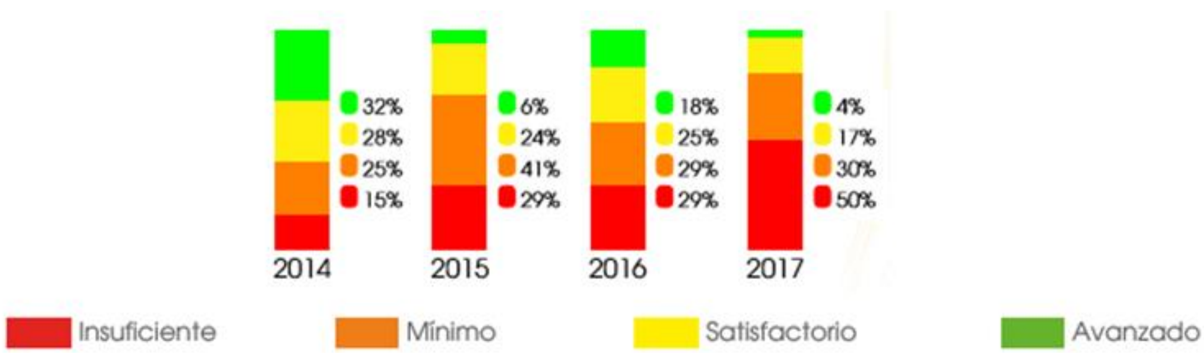
Frente a esta situación, conviene resaltar que la comprensión de la geometría como asignatura por parte de los docentes presenta falencias motivadas por su descuido en la planificación curricular. Esto se puede constituir en un obstáculo metodológico, pues potenciar el pensamiento espacial implica una complejidad de índole cognitivo y semiótico, teniendo en cuenta que, quien se enfrenta a un problema geométrico debe movilizar de manera coordinada y estructurada dos formas de representación de manera distinta: una, las figuras geométricas, y la otra, la lengua natural, especializada en la que vive el discurso matemático propio de la geometría.

Las últimas tendencias en el campo de la educación matemática apuntan a la necesidad de recuperar el abordaje de contenidos geométricos en la escuela, con esto, se viabiliza un mejor conocimiento del espacio, ya que circunscriben una fuente de modelos y situaciones problemáticas, sumamente enriquecedoras para el aprendizaje de esta disciplina. Una de las tendencias generales más difundidas hoy consiste en hacer énfasis en los procesos de pensamiento propios de la matemática para ahondar su complejidad desde el fortalecimiento de las representaciones semióticas y comunicativas, y pasar a segundo plano, la mera transferencia de contenidos. Desde esta perspectiva, la matemática es, sobre todo, saber-hacer; es una ciencia en la que el método claramente predomina sobre el contenido. (De Guzmán, 2004).

Al mirar la realidad en el municipio de Corozal, Sucre se tiene desde un primer aspecto que la enseñanza de la geometría que se imparte en sus instituciones de educación básica se caracteriza por desconocer este tipo de complejidad, en suma, el aprendizaje que se genera a nivel del aula de clase no apunta a que los estudiantes establezcan este tipo de coordinaciones y por el contrario el aprendizaje se ha centrado en conceptos asumiéndose que con la repetición memorística por parte de los estudiantes se está en condiciones para desarrollar el pensamiento geométrico ( Barreto y Serrano, 2003);( Therán, 2005); (Jiménez,  Rivero y Montes, 2005).

Desde la Institución Educativa Gabriel García Márquez el problema se puede evidenciar en los resultados obtenidos por los estudiantes en las pruebas SABER del área de matemáticas en el grado 5º, tal como se aprecia en la gráfica 1.

Grafica  1. Niveles de desempeño de las pruebas Saber 5º en cuatrienio 2014-2017 en el área de matemáticas de la I.E. Gabriel García Márquez de Corozal.




Fuente: Ministerio de Educación Nacional (2018).

El nivel de desempeño avanzado en matematicas en el grado 5º en el cuatrienio 2014 – 2017 disminuyó al pasar de un 32% en el 2014 a un 4% en el 2017 y el nivel de desempeño insuficiente aumentó de un 15% en el 2014 a un 50% en el año 2017. Este bajo desempeño en el área de matemáticas redunda en los cinco pensamientos en que se desglosa el pensamiento matemático de acuerdo con los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) y por ende denota un bajo desempeño en el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes.

Otro aspecto problemático apunta a los textos escolares, en los que se refleja un marcado desequilibrio entre el aprendizaje de los contenidos y los procesos de pensamiento. En síntesis, la construcción curricular de los textos escolares incluye los contenidos de la geometría como una unidad aislada, casi siempre haciendo parte de las últimas temáticas donde se acentúa principalmente en los conceptos con cierto grado de confusión para el desarrollo de las prácticas favorecido por su deficiente lenguaje matemático, ilustraciones ubicadas de forma habitual y presencia de errores de impresión, que dificultan al usuario un acertado y veraz aprendizaje. (De Guzmán, 2004).

## 1.2 Pregunta de Investigación

El principal interrogante al cual respondió esta investigación fue:

1. ¿Cuál es la incidencia de estrategias didácticas que aplican el uso de programas computacionales y el modelo de Van Hiele en el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Gabriel García Márquez de Corozal?

## 1.3 Justificación de la Investigación

Uno de los documentos que traza directrices en torno a lo que debe ser el mejor escenario para el país a futuro, es el Plan Colombia Visión 2019, (2006), que propone unas metas para el desarrollo educativo, investigativo y tecnológico del país. Dentro de otros aspectos señala: Impulsar nuevas formas de organizar la generación de conocimiento, como los Centros de Investigación de Excelencia y la organización de la gestión de la investigación dentro de las universidades para difundir conocimiento y optimizar los recursos, establecer sólidamente un programa que desarrolle las capacidades en prospectiva tecnológica, fomentar la apropiación social de la ciencia y la tecnología a través de una alianza significativa entre los medios de comunicación, las universidades y centros de investigación.

En el Plan de Desarrollo Departamental de Sucre 2016 – 2019, en el eje estratégico Nº2 de Ciencia, Tecnología e Innovación se plantea que, para para la Administración departamental de Sucre, será de vital importancia la incorporación adecuada de las TIC en el área educativa, de manera que esta sirva como agente catalizador que incremente significativamente el flujo de información, que facilite su acceso a sectores más amplios de la población, y que, al mismo tiempo, aumenten la libertad de expresión, de asociación y plantee nuevas modalidades de trabajo.

En la Institución Educativa Gabriel García Márquez de Corozal, los resultados obtenidos en los últimos 4 años en el área de matemáticas en las pruebas SABER de los grados 5º no han sido los mejores, por tal motivo, existe la necesidad de proponer estrategias de enseñanza en matemáticas que susciten el interés de los estudiantes y que permitan mejorar sus desempeños. La geometría no es ajena a esta problemática, aquí radica la importancia de realizar un estudio que posibilite determinar la incidencia de la aplicación de algunas estrategias didácticas de enseñanza de geometría en estudiantes de grado sexto con la mediación del software Cabri y el modelo de Van Hiele, en el desarrollo del pensamiento espacial.

La novedad del estudio radica en la concurrencia de las tecnologías computacionales y el modelo de Van Hiele como soportes para la puesta en práctica de estrategias didácticas en la enseñanza de la geometría y específicamente en el tema de cuadriláteros. Dentro de las tecnologías computacionales para la enseñanza de la matemática se pueden señalar los programas de geometría dinámica.

Con el uso de los programas de geometría dinámica se han abierto nuevas posibilidades para la enseñanza de la geometría. Una de las novedades consiste en que las figuras geométricas dejan de ser estáticas y del texto saltan a la pantalla del computador para presentarse en forma de animaciones para que se pueda observar desde distintas representaciones. Pero, no es sólo el movimiento de las figuras lo que proporciona interés para el aprendizaje de las matemáticas, lo realmente innovador es que los diseños pueden ser concebidos para que se puedan modificar ciertos parámetros en la construcción y comprobar los efectos de los cambios.

Con el acceso a la manipulación directa la enseñanza de la geometría ofrece un interesante desarrollo hacia una nueva conceptualización de ésta, como el estudio de las propiedades invariantes de las figuras geométricas. Al permitir la posibilidad de experimentar con una especie de "materialización" de los objetos matemáticos, de sus representaciones y de sus relaciones, los estudiantes pueden vivir un tipo de experimentación matemática que otros ambientes de aprendizaje no proporcionan.

Este estudio presenta un aporte significativo a la transformación personal de los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Gabriel García Márquez de Corozal con la puesta en práctica de estrategias didácticas innovadoras y pertinentes para la enseñanza de la geometría haciendo uso del software Cabri y el modelo de Van Hiele.

Con esta investigación se pretende determinar la incidencia del empleo de estrategias didácticas que aplican el uso de programas computacionales y el modelo de Van Hiele en el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Gabriel García Márquez de Corozal, en coherencia con las necesidades planteadas de mejorar los desempeños en el área de matemáticas de los estudiantes en las pruebas censales SABER grado 5º.

La investigación es relevante en la medida en que propende por una mejora de la calidad educativa, de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría mediados con las nuevas tecnologías de la información y la comunicación en la I.E. Gabriel García Márquez. Además, indagar la incidencia de la aplicación de estrategias didácticas soportadas en el uso del software Cabri y del modelo de Van Hiele en el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes, es un tema que convoca el interés de docentes, directivos y educadores matemáticos. De igual forma mejorar el pensamiento geométrico de los estudiantes es un tema que ocupa la atención de los docentes de matemáticas y específicamente para los docentes y directivos de la Institución Educativa Gabriel García Márquez de Corozal dado el bajo desempeño en el área de matemáticas de los últimos años.

El proyecto se enmarca en la línea de investigación *Mediación cognitiva, estrategias pedagógicas y tecnológicas* del programa de Maestría en Educación del SUE Caribe, porque con la investigación "se estudian las mediaciones pedagógicas y tecnológicas, las oportunidades que surgen con el abordaje de estrategias didácticas contemporáneas y con la aplicación de las tecnologías de la información y medios de comunicación en los procesos de formación, en los escenarios de educación básica secundaria" en la Institución Educativa Gabriel García Márquez de Corozal. (Edunexos, 2019).

La investigación es pertinente en la medida en que se contribuye con una mejora de la calidad educativa de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría mediados con las nuevas tecnologías de la información y la comunicación en la I.E. Gabriel García Márquez de Corozal. Además, en el contexto de la Universidad de Sucre, se pretende consolidar grupos de investigación en el campo de la educación matemática en la línea de las estrategias didácticas en procura de una intervención critica que apunten a un desarrollo institucional, aportando al mejoramiento de la calidad de la educación. Adicionalmente en el caribe colombiano se requieren investigadores que contribuyan a dar solución a los problemas existentes en el desempeño profesional como el fortalecimiento de las estrategias metodológicas, innovación en sus prácticas pedagógicas, la creación de una cultura de calidad académica, entre otros aspectos.

las nuevas tecnologías irrumpen de manera acelerada día tras día en los escenarios educativos. De hecho, con esta investigación de alguna manera se pretende validar las tecnologías computacionales como herramientas muy poderosas para reorganizar el currículo de geometría y aumentar el espectro de posibilidades didácticas frente a la necesidad de desarrollar el pensamiento geométrico de los estudiantes.

## 1.4 Objetivos

### 1.4.1. Objetivo General.

Determinar la incidencia del empleo de estrategias didácticas que aplican el uso de programas computacionales y el modelo de Van Hiele en el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Gabriel García Márquez de Corozal.

### 1.4.2 Objetivos Específicos.

- Identificar el nivel de pensamiento geométrico desde la perspectiva de Van Hiele de los estudiantes de grado 6° de la Institución Educativa Gabriel García Márquez de Corozal.

- Diseñar e implementar estrategias didácticas que apliquen el modelo de Van Hiele y el uso del software Cabri para la enseñanza de los cuadriláteros en estudiantes de grado 6° de la Institución Educativa Gabriel García Márquez de Corozal.

- Analizar y evaluar la incidencia del empleo de estrategias didácticas para la enseñanza de cuadriláteros que apliquen el modelo de Van hiele y el software Cabri en el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Gabriel García Márquez de Corozal.

# 2. Marco Referencial

## 2.1 Estado del Arte

Son copiosas las investigaciones que se han adelantado a nivel internacional y nacional en torno a la temática de las estrategias didácticas para potenciar el pensamiento geométrico empleando el software Cabri Géomètre y el modelo de Van Hiele como referente teórico para determinar el nivel de desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes.

Sin llegar a ser exhaustivos se pretende mostrar una panorámica en torno a lo que han hecho centros de investigación, grupos de investigación e investigadores en la cuestión de estudio. No se puede dar inicio a este recorrido sin antes mostrar los aportes de Van Hiele en el campo de la enseñanza y el aprendizaje de la geometría.

El modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele, se centra en la determinación de la evolución del razonamiento geométrico de los sujetos mediante cinco niveles consecutivos, que tienen que ir superando correlativamente para poder pasar al siguiente. Se trata de un proceso lento que puede llevar incluso años, en el que se va pasando de un nivel al siguiente, sin que exista la posibilidad de saltarse ninguno de ellos (Gamboa y Vargas, 2013).

Van Hiele propuso un modelo de estratificación del conocimiento humano, en una serie de niveles de conocimiento, los que permiten categorizar distintos grados de representación del espacio, presenta un nivel descriptivo y otro prescriptivo. En el primero se explican las formas en que razonan los alumnos a través de cinco niveles: Visualización, Análisis, Deducción informal, Deducción formal y Rigor. El prescriptivo presenta pautas a seguir en la planificación de las actividades de aprendizaje, que permiten detectar el progreso del razonamiento por medio de cinco fases de aprendizaje: información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración. Este modelo permite explicar cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico y cómo es posible ayudar a los alumnos a mejorar su aprendizaje.

Algunos de los grupos de Colombia que se encuentran investigando en la línea del pensamiento geométrico y las nuevas tecnologías son los siguientes:

Didácticas de las matemáticas 1, de la Universidad Pedagógica Nacional, (2016), este grupo es liderado por Leonor Camargo Uribe. Propone entre otras cuestiones, un modelo didáctico que favorece el desarrollo de competencias disciplinares en geometría, una visión amplia y bien fundamentada de la geometría escolar y de los aspectos determinantes del ejercicio de la educación matemática, a nivel de educación básica y media. Dentro de sus proyectos se pueden señalar, “El papel de la tecnología en la generación de conocimiento didáctico por parte del profesor de matemáticas y Desarrollo del razonamiento a través de la geometría euclidiana” (UPN, 2016).

A su vez, en la Universidad del Valle, (2008) se encuentra el grupo de investigación **Educación Matemática y Nuevas Tecnologías Informáticas** del Área de Educación Matemática del Instituto de Educación y Pedagogía, liderado por **Evelio Bedoya Moreno**. Su objeto de estudio es sobre la incorporación y el papel de las nuevas tecnologías informáticas en el currículo y procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares. Entre sus investigaciones se encuentra: Caracterización *del pensamiento geométrico al utilizar entornos computacionales: Cabri Géomètre II*. Dentro de sus líneas de investigación se pueden anotar: Investigación en didáctica de las matemáticas, Formación Profesional de Profesores de Matemáticas, Nuevas Tecnologías de representación con sistemas de cálculo simbólico, Desarrollo, innovación y Evaluación Curricular.

En la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (2008), el grupo de investigación “Matemáticas Escolares U.D – Didactec” adelantó la Investigación **Red Virtual de** Aprendizaje del área de Matemáticas, como estrategia de formación e investigación de Docentes. Este proyecto fue auspiciado por Colciencias desde abril del 2006, se busca entre otros aspectos determinar las características pedagógicas, comunicativas y técnicas de una red virtual de aprendizaje en la que participan, colaborativamente profesores universitarios y de instituciones de educación básica y media del área de matemáticas de sectores urbanos y rurales de diferentes departamentos del país, que implementan el uso de tecnologías en el aula asumiéndolas como reorganizadores cognitivos.

En el contexto nacional no se puede desconocer que el Ministerio de Educación Nacional desde el año 2000 junto con un grupo de educadores matemáticos de 24 Universidades Colombianas y de 120 instituciones educativas de educación básica y media, ha venido implementando el proyecto ***"Incorporación de Nuevas Tecnologías al currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia".*** El impacto positivo de este proyecto en el sistema educativo se ha basado en estrategias y procesos de formación gradual en el conocimiento y manejo técnico de los sistemas computacionales gráficos y algebraicos (en este caso la calculadora TI 92 plus) y la reflexión pedagógica y didáctica respecto a sus posibilidades en la promoción del desarrollo del pensamiento matemático. Entre sus publicaciones se pueden señalar: Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales, Tecnología Informática: Innovación en el currículo de matemáticas de la Educación Básica y Secundaria y Talleres para la Formación de Docentes en el Uso Didáctico de Nuevas Tecnologías en la educación Matemática.

Los esfuerzos adelantados en el país por las instancias gubernamentales en procura de una mejora de la calidad de la educación – entre otros aspectos – se ven plasmados en el Plan Sectorial de Educación (2010) que pretende entre otras el fortalecimiento de la formación técnica y tecnológica y la implementación de nuevas tecnologías en los procesos de aula, con miras al fomento de la investigación en las instituciones de educación superior y articulación con el sistema nacional de ciencia y tecnología y fortalecimiento de actividades de cooperación nacional e internacional tendientes al desarrollo de grupos y centros de investigación y desarrollo tecnológico.

En el escenario internacional son múltiples las investigaciones que han abordado el problema objeto de estudio, se pueden rescatar la investigación adelantada por Ojeda, (2004), de la UNAM de México, sobre **"Como justificar en geometría"**, según ella la enseñanza de la geometría, o cualquier propuesta que se precie de ser efectiva, debe considerar que el vínculo entre la visualización, la experimentación, el razonamiento lógico, la argumentación y aplicación es indisoluble. El punto clave de la problemática de la educación geométrica radica en el hecho de que el conocimiento geométrico y espacial emerge de la toma de conciencia y de la exposición y expresión de la dinámica de las imágenes mentales.

Un trabajo adelantado en la Escuela de Matemática del Instituto Tecnológico de Costa Rica que hace aportes a la presente investigación es **"Estrategias didácticas para desarrollar procesos de enseñanza aprendizaje de la matemática asistida por computadora"**, donde se proponen procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática asistidos por computadora a través de la aplicación de estrategias didácticas apropiadas como: exploración para verificar, exploración para descubrir, jugarle la vuelta al software, la pizarra electrónica, el libro electrónico, ejercitación y práctica, simulación de fenómenos (Meza, 1998).

También, Almeida, (2000) en Brasil con su tesis doctoral **"Desarrollo Profesional Docente en Geometría, análisis de un proceso de formación a distancia"** plantea algunos aspectos tendientes a contribuir con programas formativos interesados en el desarrollo profesional crítico a través de entornos virtuales y, especialmente, analizar influencias del proceso teleinteractivo en el desarrollo del conocimiento profesional en geometría. En el marco teórico centra la atención en la importancia para la formación continuada del profesorado, para la atención a la criticidad en los planteamientos interesados en el desarrollo profesional docente a través de entornos virtuales y en el proceso enseñanza aprendizaje de la geometría.

De otra parte, González y Vilchez, (2000) adelantaron el proyecto **"Enseñanza de la Geometría con utilización de recursos multimedia"** en la Universidad Rovira Virgili de San Cristóbal – Venezuela. Los propósitos de esta investigación fueron: hacer un diagnóstico de la situación de la Enseñanza de la Geometría en la Educación Básica de Venezuela, integrar recursos multimedia en el desarrollo de actividades para la enseñanza de la Geometría en la Primera Etapa de Educación Básica, usando el trabajo cooperativo entre docentes, como estrategia para elevar la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de los alumnos en este aspecto de la matemática, presentar una propuesta de mejora, dirigida hacía la enseñanza de la Geometría en el laboratorio, como refuerzo y motivación de la enseñanza en el aula.

De acuerdo con Proenza, (2002) en **"La enseñanza de la matemática y su impacto en el desarrollo del pensamiento de los escolares primarios: Un modelo didáctico de estimularlo"**, presentan el resultado de una investigación que se concreta en un modelo didáctico para el aprendizaje de los conceptos y procedimientos geométricos que favorezca el desarrollo del pensamiento geométrico en los escolares del segundo ciclo de la escuela primaria de Cuba. A tal fin la investigación aporta un modelo didáctico que favorece el desarrollo del pensamiento geométrico basado en las relaciones dialécticas y didácticas existentes entre la determinación de los niveles de pensamiento geométrico, su correspondencia con las habilidades geométricas (visuales, lógicas, para dibujar, para modelar y verbal); los conceptos y procedimientos generalizadores y las alternativas didácticas. Además de esto recoge recomendaciones metodológicas variadas que estructuran la aplicación del modelo en cuatro etapas: orientación, diagnóstico, concepción curricular y concreción metodológica. La validez y fiabilidad del resultado obtenido se comprobó mediante la aplicación de diferentes métodos investigativos que ofrecieron evidencias positivas de la aplicabilidad de este modelo didáctico en la estimulación del pensamiento Geométrico en los escolares del II ciclo de la escuela primaria Cubana.

Abrate, (2003) y otros investigadores de la Universidad Nacional de Villa María, Córdoba – Argentina, publicaron en la Revista Iberoamericana de Educación (2003) un reporte de su investigación **“Caracterización de las actividades de geometría que proponen los textos de matemáticas”**. Según ellos las características de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática, y que más frecuentemente utilizan los profesores de Matemática de las escuelas de Villa María, no necesariamente propician la adquisición de todas las habilidades geométricas establecidas en los estándares curriculares para la educación matemática, y que han sido recomendadas por prestigiosos investigadores de esta temática. No obstante ello, tampoco consideran que las actividades por sí solas lleguen a desarrollar estas habilidades si no media un proceso constructivo –por parte del docente– de reorganización y ampliación de los conocimientos previos en los alumnos, puesto que las situaciones de enseñanza son una condición necesaria, pero no suficiente, es responsabilidad de los profesores el crear las condiciones para que el alumno pueda desarrollar el pensamiento geométrico que le permita avanzar en estudios posteriores, y profundizar en la naturaleza deductiva y rigurosa de esta rama de la Matemática.

Baltrametti, (2003) de la Universidad Nacional del Nordeste de Argentina en su trabajo **“Determinación de los niveles de pensamiento geométrico según la Teoría de Van Hiele en estudiantes de profesorado de matemáticas al inicio de un curso de Geometría Métrica”** analiza las posibilidades y progresos de los estudiantes en la construcción del concepto de transformaciones rígidas del plano, a efectos de verificar o rechazar la hipótesis de que los alumnos que emplean o utilizan el software Cabri en una situación de enseñanza aprendizaje avanzan del nivel de deducción informal a niveles superiores según la Teoría de Van Hiele. En los cursos superiores, y en particular en la Universidad, la Geometría es enseñada con un enfoque axiomático y en forma excesivamente formal en cuanto a los requerimientos solicitados a los alumnos y los objetivos propuestos. Así abordada la enseñanza, los estudiantes tienen dificultades para aprender Geometría, y fracasan en alto número. Estas dificultades pueden deberse a que los alumnos no tienen la madurez matemática para realizar las tareas y demostraciones que ese tipo de trabajo requiere o bien, a que no se presentan generalmente, actividades tendientes a la inducción de descubrimientos tales como: diseño, exploración, modelización, conjeturación, definición, argumentación que conllevan a la demostración.

Lastra, (2005) de la Universidad de Chile en su investigación **"Propuesta Metodológica de Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría, aplicada en escuelas críticas"** aborda los

procesos que se desarrollan en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en el tema "cuadriláteros" en seis cursos de cuarto año de Enseñanza Básica de escuelas criticas del área sur de Santiago de Chile. Esta investigación busco analizar el nivel de impacto que la metodología, el rol del profesor, el rol del alumno, el uso de la tecnología, tienen en la enseñanza y el aprendizaje geométrico.

El grupo de investigación BIOTEC (2006), del Instituto Pedagógico Nacional de Colombia, liderado por Matallana, (2006) adelanta la investigación **"Propuesta para la caracterización y el diseño de actividades de resolución de problemas en matemáticas usando nuevas tecnologías"**. Este grupo realiza un estudio de la forma en que se deben desarrollar actividades al interior del aula, que conduzcan a la caracterización de las mismas en pos del desarrollo de la competencia matemática para la resolución de problemas haciendo uso de nuevas tecnologías.

Según Goncalves, (2006) de la Universidad de Carabobo de Venezuela en su investigación **"¿Por qué los estudiantes no logran un nivel de razonamiento en la geometría?"** se plantea que las diferentes situaciones que se presentan en las aulas de clase, con alumnos jóvenes y adultos, evidencian una necesidad por parte de profesores y estudiantes de promover un aprendizaje verdaderamente efectivo. La dificultad y necesidad de estos jóvenes y adultos por comprender los contenidos geométricos y la frustración por parte de los docentes al percatarse que los alumnos no identifican y/o diferencian los conceptos y propiedades de los contenidos tratados, evidencian la clara escases de nuevas estrategias. El modelo más específico que se ajusta a esta situación que sucede cotidianamente en las aulas de clase es el Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele. Mediante esta investigación se pretende defender una propuesta, como recurso eficaz para el aprendizaje de la geometría.

Fuentes y Portillo, (2015) en su investigación **" Desarrollo de los niveles de razonamiento geométrico según el modelo de Van Hiele en estudiantes de 7° grado de la Institución Educativa San José de Carrizal, Córdoba - Colombia**" realizan una revisión teórica de los componentes del modelo de Van Hiele y de los estilos de aprendizaje, la descripción de un test para identificar los niveles de razonamiento geométrico de los estudiantes antes y después de la intervención, la presentación de una secuencia didáctica acerca de polígonos teniendo en cuenta las fases de aprendizaje según el modelo de Van Hiele. El estudio se abordó desde un enfoque cuantitativo de tipo cuasiexperiemental.

Espitia, (2018) en su estudio "**Impacto del uso de entornos tecnológicos móviles en el aprendizaje de las matemáticas en educación media**" pretenden reflexionar sobre el problema del aprendizaje y la didáctica de las matemáticas, básicamente indagar sobre la forma como los docentes conciben la tarea de enseñar matemática y el valor que tienen los entornos tecnológicos móviles en la transformación de las prácticas de los docentes y en la calidad de los procesos de aprendizaje de las matemáticas, en estudiantes y docentes de educación media, grado 11° de la Institución Educativa Dolores Garrido de Córdoba, Colombia.

Sáenz y Patiño, (2017) en la investigación "**La resolución de problemas desde el modelo de George Polya, como estrategia para desarrollar el pensamiento geométrico en los estudiantes de grado 5° de la Institución Educativa Villa Cielo de Montería**", pretenden determinar la eficacia de la resolución de problemas desde el modelo de Polya (1981), en el desarrollo de la competencia de razonamiento, comunicación y resolución de problemas en el pensamiento geométrico, tomando como referente el estudio de los sólidos geométricos en los estudiantes de grado 5° de básica primaria de la I.E. Villa Cielo del municipio de Montería, Córdoba, Colombia.

Racero, (2017) en el estudio "**La reproductibilidad: diseño de situaciones didácticas en la enseñanza del sistema geométrico**" realizan el diseño de una guía metodológica con base en la teoría de las situaciones didácticas para favorecer la reproductibilidad en la enseñanza de los sistemas geométricos en el grado 3° de Educación Básica Primaria de la Institución Educativa INEM del municipio de Montería, Córdoba, Colombia.

## 2.2. Referentes Conceptuales.

Con el propósito de fundamentar este estudio, es necesario documentar los ejes conceptuales que lo sustentan, en relación a: pensamiento geométrico, las tecnologías de la información y comunicación aplicadas a la matemática, estrategias didácticas y de aprendizaje, la mediación instrumental, fluidez algorítmica y fluidez conceptual.

### 2.2.1. Pensamiento geométrico.

Es la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual y se reconoce su amplio uso no sólo en la geometría, sino en las demás ramas de las matemáticas y aún en la ciencia en general. (Cantoral, 2008). El pensamiento geométrico contempla las actuaciones del sujeto en todas sus dimensiones y relaciones espaciales para interactuar de diversas maneras con los objetos situados en el espacio, desarrollar variadas representaciones y, a través de la coordinación entre ellas, hacer acercamientos conceptuales que favorezcan la creación y manipulación de nuevas representaciones mentales. (MEN, 2006).

De acuerdo con los lineamientos curriculares de matemáticas (MEN, 2004), se concibe el pensamiento espacial y los sistemas geométricos como: “El conjunto de procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus diversas transformaciones, y sus diferentes traducciones a representaciones materiales”. En este sentido, Tovar (2016) concluye que: el pensamiento espacial es esencial para el desarrollo de procesos de exploración, descripción y dominio del entorno. Los sistemas geométricos se construyen a través de la exploración activa y la modelación del espacio, tanto para los objetos en reposo como para el movimiento. El proceso cognitivo avanza desde la intuición de un espacio, dada por la manipulación de los objetos, la ubicación en el entorno, la medición y el desplazamiento de los cuerpos, hacia la conceptualización de un espacio abstracto, donde se puedan inferir propiedades geométricas.

El uso de las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas cada día es más frecuente y específicamente en la enseñanza de la geometría se puede mirar como un escenario propicio para amplificar los sistemas de representación de los conceptos matemáticos.

### 2.2.2. Las Tecnologías de la Información y Comunicación aplicadas a la matemática.

Las tecnologías de Información y Comunicación (TIC), son el conjunto de recursos, herramientas, equipos, programas informáticos, aplicaciones, redes y medios que permiten la compilación, procesamiento, almacenamiento, transmisión de información como voz, datos, texto, video e imágenes. (MinTIC, 2009). Las TIC ofrecen diversidad de recursos de apoyo para los procesos de enseñanza como son: material didáctico, softwares interactivos, entornos virtuales, internet, blogs, wikis, webquest, foros, chat, mensajerías, videos conferencias y otros canales de comunicación y manejo de información. Estos recursos facilitan el desarrollo de la creatividad, innovación, entornos de trabajo colaborativo, promoción del aprendizaje significativo, activo y flexible. (Rodríguez, J., Romero, J. y Vergara, G., 2017). Las herramientas tecnológicas ofrecen al maestro de matemáticas la oportunidad de crear ambientes de aprendizaje enriquecidos para que los estudiantes la perciban como ciencia experimental y proceso exploratorio significativo dentro de su formación. (López, J., 2003). Los programas computacionales más utilizados en el área de matemáticas son: Geogebra, Cabrí, Matlab, R, Octave, Wolfram mathematics, cilab, Discovery webmath. (Rodriguez, J., Romero, J. y Vergara, G., 2017).

El uso de software dinámico posibilita enriquecer la enseñanza de la geometría y en este sentido se puede inferir que, un medio como Cabri Géomètre brinda las posibilidades de exploración acerca de relaciones geométricas. El software se convierte en un socio cognitivo que acompaña al estudiante en sus indagaciones sobre los objetos matemáticos, se convierte en un inspirador de ideas sobre cómo manipular las representaciones de los objetos matemáticos en juego y contribuye a darles sentido. (Castiblanco, 2004).

#### 2.2.2.1. Programas computacionales.

Un programa computacional es una secuencia compleja de instrucciones y procesos organizados para cumplir una tarea específica en un computador o sistema de computadores. Estos programas pueden ser programas preinstalados en el computador, o pueden ser añadidos adicionalmente por el usuario. Por lo general, los programas de computacionales disponen de cierto margen de recursos del sistema informático mientras se ejecutan, y cumplen roles de todo tipo en el mismo, desde **controlar los recursos y las operaciones internas del computador**, hasta mediar con el usuario y permitirle trabajar, recrearse, explorar Internet, entre otras. (Raffino, 2018).

#### 2.2.2.2. Estrategias didácticas basadas en programas computacionales.

Una estrategia didáctica basada en programas computacionales es una actividad educativa coherente pero flexible, programada, planificada e intencional en la cual se evidencian las prácticas pedagógicas apoyadas en programas computacionales, debe partir de la reflexión y trazar la ruta por la cual tanto docentes como estudiantes deberán transitar para construir y reconstruir el conocimiento en pro de alcanzar las metas y objetivos propuestos, mediados por los programas computacionales. (Rincón y Rincón, 2015).

### 2.2.3. Estrategias didácticas de enseñanza y aprendizaje.

Desde el contexto didáctico definir o conceptualizar "estrategia", se refiere a aquella secuencia ordenada y sistematizada de actividades y recursos que los profesores utilizan en su práctica educativa; determina un modo de actuar propio y tiene como principal objetivo facilitar el aprendizaje de nuestros alumnos (Boixer, 1995).

Al hablar de estrategias didácticas se pueden considerar dos vertientes, las de enseñanza y las de aprendizaje. Las primeras hacen referencia a las "ayudas" que se proporcionan al aprendiz y pretenden facilitar intencionalmente un procesamiento más profundo de la información nueva, y son planeadas por el docente, el planificador, el diseñador de materiales o el programador de *software* educativo (Díaz y Hernández, 2002). Una estrategia de aprendizaje es un procedimiento (conjunto de pasos o habilidades) que un alumno adquiere y emplea de forma intencional como instrumento flexible para aprender significativamente y solucionar problemas y demandas académicas (Díaz Barriga et al, 1991 citado por Díaz Barriga, 2000).

Díaz y Hernández, (2002) ubican los diferentes tipos de estrategias en tres grandes grupos a los que definen del siguiente modo:

1. Estrategias de apoyo: se ubican en el plano afectivo-motivacional y permiten al aprendiz mantener un estado propicio para el aprendizaje. Pueden optimizar la concentración, reducir la ansiedad ante situaciones de aprendizaje y evaluación, dirigir la atención, organizar las actividades y tiempo de estudio, etc.
2. Estrategias de aprendizaje o inducidas**:** procedimientos y habilidades que el alumno posee y emplea en forma flexible para aprender y recordar la información, afectando los procesos de adquisición, almacenamiento y utilización de la información.

3. Estrategias de enseñanza: consisten en realizar manipulaciones o modificaciones en el contenido o estructura de los materiales de aprendizaje, o por extensión dentro de un curso o una clase, con el objeto de facilitar el aprendizaje y comprensión de los alumnos. Son planeadas por el agente de enseñanza (docente, diseñador de materiales o *software* educativo) y deben utilizarse en forma inteligente y creativa.

En el cuadro que aparece a continuación se muestran algunas definiciones de estrategias de enseñanza y estrategias de aprendizaje según Díaz, (2000).

Tabla 1. Estrategias de aprendizaje y de enseñanza.

| Estrategias de aprendizaje | Estrategias de enseñanza |
|---|---|
| • Estrategias para aprender, recordar y usar la información, Consiste en un procedimiento o conjunto de pasos o habilidades que un estudiante adquiere y emplea de forma intencional como instrumento flexible para aprender significativamente y solucionar problemas y demandas académicas.<br>• La responsabilidad recae sobre el estudiante (comprensión de textos académicos, composición de textos, solución de problemas, etc.)<br>• Los estudiantes pasan por procesos como reconocer el nuevo conocimiento, revisar sus conceptos previos sobre el mismo, organizar y restaurar ese conocimiento previo, ensamblarlo con el nuevo y asimilarlo e interpretar todo lo que ha ocurrido con su saber sobre el tema | • Son todas aquellas ayudas planteadas por el docente que se proporcionan al estudiante para facilitar un procesamiento más profundo de la información. A saber, todos aquellos procedimientos o recursos utilizados por quien enseña para promover aprendizajes significativos.<br>• El énfasis se encuentra en el diseño, programación, elaboración y realización de los contenidos a aprender por via verbal o escrita.<br>• Las estrategias de enseñanza deben ser diseñadas de tal manera que estimulen a los estudiantes a observar, analizar, opinar, formular hipótesis, buscar soluciones y descubrir el conocimiento por si mismos.<br>• Organizar las clases como ambientes para que los estudiantes aprendan a aprender. |

Fuente: Díaz. (2000)

Algunas de las estrategias de enseñanza que el docente puede emplear con la intención de facilitar el aprendizaje significativo de los estudiantes se condensan en la tabla 2.

Tabla 2. Estrategias de aprendizaje significativo.

| | |
|---|---|
| Objetivos o Propósitos de aprendizaje | Enunciado que establece condiciones, tipo de actividad y forma de evaluación de aprendizaje. Generación de expectativas apropiadas en los estudiantes. |
| Resumen | Síntesis y abstracción de la información relevante de un discurso oral o escrito. Enfatiza conceptos clave, principios, temimos y argumento central. |
| Organizador Previo | Información de tipo introductoria y contextual. Tiende un puente cognitivo entre la información nueva y previa. |
| Ilustraciones | Representación visual de los conceptos, objetos o situaciones de una teoría o tema específico (fotografías, dibujos, esquemas, graficas, dramatizaciones, videos, etc.) |
| Analogías | Proposición que indica que una cosa o evento (concreto y familiar) es semejante a otro (desconocido y abstracto o complejo). También existen otras figuras retoricas que pueden servir como estrategia para acercar los conceptos. |
| Preguntas | Preguntas insertadas en la situación de enseñanza o en un texto. Mantienen la |

| | |
|---|---|
| intercaladas | atención y favorecen la práctica, la retención y la obtención de información relevante. |
| Pistas Tipográficas y discursivas | Señalamientos que se hacen en un texto o en La situación de enseñanza para enfatizar y/u organizar elementos relevantes del contenido por aprender. |
| Mapas conceptuales y Redes semánticas | Representación gráfica de esquemas de conocimiento (indican conceptos, proposiciones y explicaciones) |
| Uso de estructuras textuales | Organizaciones retoricas de un discurso oral o escrito, que influyen en su comprensión y recuerdo. |

Fuente: Díaz Barriga (2000).

Esto se complementa con el trabajo sobre habilidades básicas de pensamiento (De Sánchez, 1995), quien se basa en la teoría tríadica de Robert Sternberg (1985). Algunas de estas habilidades es la descripción y la comparación:

> Describir es dar cuenta de lo que se observa, se compara, se conoce, se analiza, etc. En un primer nivel de conocimientos, describir consiste en dar cuenta de las características de una persona, objeto, evento o situación. En el nivel reflexivo de pensamiento (analítico) también se describen las relaciones, las causas y sus efectos, los cambios que se presentan en esos objetos, situaciones y fenómenos. La descripción es el proceso mediante el cual se informa de manera clara, precisa y ordenada las características del objeto de la observación. Se puede describir: de lo general a lo particular, de lo inmediato a lo mediato, etc. dependiendo del propósito de la descripción. (p. 64).

Para este proceso que ayuda a los niveles de exploración, visualización y análisis de los objetos geométricos bidimensionales (cuadriláteros), De Sánchez, (1995) plantea los siguientes pasos para describir:

1. Definir el propósito de la descripción.
2. Elaborar las preguntas guía relacionadas con el propósito.
3. Fijar la atención en las características relacionadas con las preguntas. (Observación)
4. Describir ordenadamente. (Producto de la Observación, Comparación, Relación, Clasificación)
5. Listar las características.
6. Darse cuenta del proceso de describir.

Por su parte, para la habilidad de efectuar diferencias se “refieren a las características que distinguen a dos o más personas, objetos, eventos o situaciones, son la base de la discriminación”. Para esto sugiere:

1. Definir el propósito de la comparación.
2. Establecer las variables.
3. Fijar la atención en las características relacionadas con las variables. (observación)
4. Identificar las diferencias.
5. Darse cuenta del proceso de comparación.

Las estrategias didácticas se convierten en instrumentos de mediación entre el sujeto que aprende y el objeto de aprendizaje para generar actos cognitivos consientes y estructurados.

### 2.2.4. La mediación instrumental.

La presencia de los instrumentos computacionales en la educación matemática, ha hecho evidente el siguiente principio de mediación: *Toda acto cognitivo esta mediado por un instrumento que puede ser material o simbólico*. Este principio plantea la relación indisoluble entre el instrumento de mediación usado y el conocimiento producido. Puede tratarse de un lápiz, un transportador, un compás, un texto o una calculadora; en todos los casos el conocimiento construido depende de los instrumentos de mediación que se pongan en juego para su construcción y del lugar que tengan tales instrumentos en el entorno sociocultural (Castiblanco, 2004).

El principio de mediación instrumental permite entender el efecto estructurante de los instrumentos computacionales sobre el aprendizaje de los estudiantes, permitiendo, por ejemplo, entender nuevas estrategias de solución de problemas o acercamientos conceptuales diferentes que se movilizan gracias a la presencia de dichos instrumentos. (Castiblanco, 2004).

Con la mediación de los instrumentos computacionales en la enseñanza de la matemática se pretende generar la fluidez algorítmica y conceptual de los estudiantes como indicadores del aprendizaje significativo.

### 2.2.5. Fluidez Algorítmica y Fluidez Conceptual.

La fluidez algorítmica es el rasgo que define la actividad de la sociedad cognitiva del estudiante con el instrumento computacional. Por ejemplo, se refiere a la manera como el estudiante se asocia con el software cabri para producir la gráfica que le da la respuesta a un problema, construir un cuadrilátero aprovechando la información suministrada, diseñar una estrategia para construir un cuadrado que mantenga sus propiedades invariantes al mover uno de sus vértices o uno de sus lados, entre otras acciones.

La fluidez algorítmica potencia la capacidad expresiva. Cuando se analizan las producciones de los estudiantes, hay que tomar en cuenta que la selección de una estrategia para el abordaje de un problema puede estar supeditada a la demanda algorítmica que implica. Cuando el estudiante ha adquirido cierto dominio sobre el software, puede elegir estrategias cuya demanda algorítmica quede cubierta por el instrumento computacional. Si esto ocurre, se está en posibilidad de interpretar este hecho como un nivel adecuado de fluidez algorítmica del estudiante. (Castiblanco, 2004).

La fluidez conceptual hace referencia a la manera como el estudiante se mueve en su red conceptual, articula los conceptos, genera mayor organización, se mueve a partir de la red conceptual propiciando mayores sinapsis conceptuales y cómo incorpora el instrumento computacional a sus redes conceptuales. (Castiblanco, 2004).

La mediación de los instrumentos computacionales dinamiza un proceso de articulación conceptual, que eventualmente se va a reflejar en un nivel superior de fluidez algorítmica y conceptual, lo que, a su vez, permitirá ver, entre otras cosas, cómo cambia de un sistema de representación a otro, cómo potencia la visualización, cómo redefine su campo de habilidades computacionales, cómo realiza la interacción entre conjeturas, exploraciones y refutaciones, cómo madura en el reconocimiento de propiedades y cómo socializa su intervención. (Castiblanco, 2004).

## 2.2 Referentes Teóricos.

Este proyecto reside primordialmente en el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele y en las teorías psicogenéticas y psicosociales del aprendizaje.

### 2.2.1. El Modelo De Razonamiento Geométrico de Van Hiele.

El modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele (1986), está centrado en las insuficiencias que observaban los esposos holandeses Pierre y Dina Van Hiele en sus clases de

Geometría en la secundaria básica, constituyó su tesis doctoral en 1957. Desde 1976 en Estados Unidos, Izaak Wirzup reconoce su importancia por el modelo y desde entonces este ha sido tan difundido, pues, "en la actualidad, casi todas las investigaciones sobre geometría, incluidas en los currículos de matemáticas" la utilizan. (Proenza, 2002).

Van Hiele (1986) propone un modelo de estratificación del conocimiento humano, en una serie de niveles de conocimiento, los que permiten categorizar distintos grados de representación del espacio; presenta un nivel descriptivo y uno prescriptivo de este modelo.

El nivel descriptivo explica las formas en que razonan los estudiantes, englobando cinco niveles: Visualización, Análisis, Deducción informal, Deducción formal y Rigor.

En el primer nivel de **Visualización** se considera los conceptos o figuras en su globalidad. No se toma en cuenta los elementos y sus propiedades. En el segundo nivel de **Análisis** surge el descubrimiento y la generalización de propiedades, a partir de la observación de algunos casos. Para el tercer nivel de **Deducción informal**, se presenta la comprensión y la posibilidad de establecer relaciones a través de implicaciones simples entre casos. En el cuarto nivel de **Deducción formal**, se efectúan las demostraciones formales, los usos de axiomas y postulados, entre otras cuestiones. Para el quinto nivel de **Rigor,** aparece el razonamiento deductivo, sin ayuda de la intuición.

La siguiente figura sintetiza estos cinco niveles:

**Gráfica 2. Niveles de Van Hiele**


Fuente: Elaboración propia basado en Van Hiele. (1987)

Dentro del nivel prescriptivo del modelo de Van Hiele, se presentan pautas a seguir en la planificación de las actividades de aprendizaje, que permiten detectar el progreso del razonamiento por medio de cinco fases de aprendizaje: información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración.

En la primera fase: **“Información**” el profesor debe diagnosticar lo que saben los alumnos sobre el tema que se va abordar y la forma de razonar que tienen. Los alumnos entran en contacto con el objetivo propuesto.

Para la segunda fase: “**Orientación dirigida**” el profesor debe guiar el proceso para que los alumnos vayan descubriendo lo que va a constituir el centro de este nivel. Esta fase es el centro del aprendizaje, que le va a permitir pasar al otro nivel, y construir los elementos propuestos. El profesor debe planificar las actividades que le permitan establecer las características de este nivel.

En la tercera fase: “**Explicitación**” Los alumnos deben estar conscientes de las características y propiedades aprendidas anteriormente y consolidan su vocabulario.

Para la cuarta fase de “**Orientación libre**” se afianzan los aspectos básicos y las actividades que permitan resolver situaciones nuevas con los conocimientos adquiridos anteriormente.

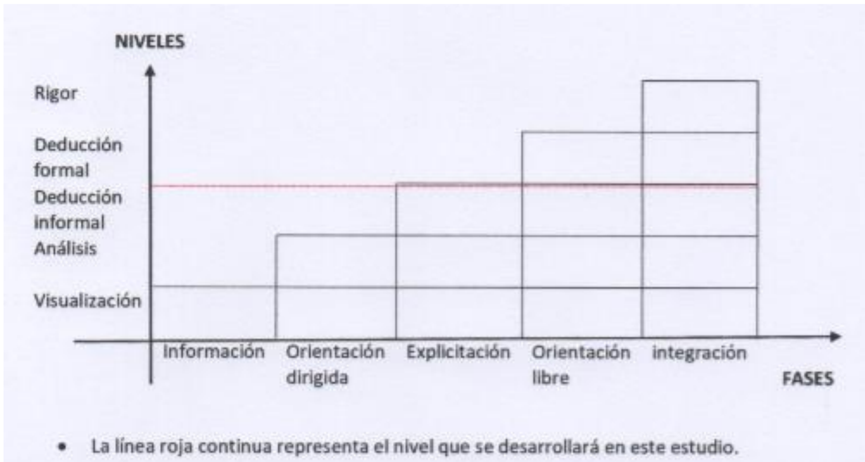
En la quinta fase de “**Integración**” se tiene por objetivo establecer y completar las relaciones que profundicen el concepto.

En conclusión, el modelo de Van Hiele permite explicar cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico y cómo es posible ayudar a los alumnos a mejorar su aprendizaje. Los estudios de geometría deben ser continuos (sin períodos de inactividad), uniformes (sin pasar por alto ningún nivel de razonamiento), y diversificados, es decir familiarizando a los alumnos y alumnas de forma simultánea con la geometría uni, bi y tridimensional.

Según el modelo de Van Hiele, los contenidos geométricos han de ser tratados cíclicamente en niveles de complejidad creciente. La secuenciación de dichos contenidos a través del currículo estará determinada por el análisis de cada tópico en función de la estructura del modelo, lo que determinará un tratamiento distinto en cada nivel, avanzando desde los aspectos cualitativos a los cuantitativos y abstractos.

Optar por este modelo permite la oportunidad de explicar cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico y cómo es posible ayudar a los alumnos a mejorar su aprendizaje.

**Gráfica 3. Modelo de Van Hiele**




Fuente: Elaboración propia basado en Van Hiele (1987)

Entre las teorías que iluminan la presente investigación se tienen:

### 2.2.3. Teorías Psicogenéticas y Psicosociales del Aprendizaje.

La teoría psicogenética desarrollada por Jean Piaget, nace de la necesidad que se presenta en este investigador, biólogo de formación, por dar respuestas a varias interrogantes de carácter epistemológico relacionadas con el origen del conocimiento, que no se enmarcan únicamente en descubrir cómo es posible éste, sino que va más allá, tratando de dar respuesta a cuestiones sobre su evolución (Arias, Merino y Peralvo, 2017).

Jean Piaget (1967) aportó una visión innovadora acerca de cómo se construye el conocimiento, una visión constructivista e interaccionista. Parte de la idea de que hay un sujeto activo que interactúa con los objetos, y a partir de esta interacción va construyendo el conocimiento. Esto lo hace a través del proceso de adaptación (proceso mediante el cual el sujeto se adapta al medio).

De acuerdo con la teoría de Piaget, cuando el objeto impone resistencia, crea un conflicto que lleva al desequilibrio de sus estructuras o esquemas de conocimientos anteriores, por lo cual el sujeto debe tratar de asimilar y/o acomodar la nueva información a sus esquemas, y así lograr una re-equilibración. Cuando el sujeto vuelve al estado de equilibrio éste no es el mismo, sino que se encuentra en un nivel superior. Así, el sujeto, pasa de un nivel de menos conocimientos a uno de mayor conocimiento; pero para que se dé el aprendizaje es necesario que el sujeto alcance cierto nivel de desarrollo.

La equilibración de las estructuras cognitivas traduce el pasaje de un estado de menor equilibrio que resulta de respuestas del sujeto a las perturbaciones exteriores, hacia un estado de equilibrio superior que corresponde a posibilidades nuevas derivadas de una estructura cognitiva más poderosa. Así, en el dominio del desarrollo lógico-matemático, ilustrado por la adquisición de las conservaciones, Piaget muestra que, en el curso del desarrollo, el niño pasa por tres momentos claves: las perturbaciones. Las compensaciones y la puesta en correspondencia matemática. En el conjunto del desarrollo, los progresos en el conocimiento resultan de una construcción en la que el sujeto es actor de sus aprendizajes en interacción con el mundo. (Moreno, 2000).

Uno de los conceptos fundamentales en la teoría de Piaget es el de *conflicto cognitivo.* Se puede concebir este cuando se expresa la idea según la cual la toma de conciencia por parte del individuo de que existe una respuesta diferente a la suya en una situación particular provoca una tensión interna de naturaleza cognitiva.

> Piaget proporciona un ejemplo de esta situación con el *concepto de conservación*. Las conservaciones ponen al descubierto la existencia de algo invariante bajo el efecto de alguna transformación. En la práctica, se presenta al sujeto dos entidades A y B, perceptualmente iguales (por ejemplo, dos recipientes idénticos que contienen la misma cantidad de líquido). Se obtiene el acuerdo del niño sobre esta igualdad. Después se mantiene A sin cambio mientras que B se transforma en B' por una modificación que sólo afecta la apariencia perceptual (por ejemplo se trasvasa el líquido de B a B' que es un recipiente más largo y más estrecho). Se le pregunta al niño si B' es igual a A. Las respuestas varían en función del estadio de desarrollo: en un primer estadio (estadio pre–operatorio), el niño se centra en una sola de las dos dimensiones sin coordinarlas entre sí (por ejemplo, toma en cuenta la altura del recipiente, pero "olvida" constatar que lo más alto es también más estrecho). A partir de cierto momento en su desarrollo, el niño se centra en dos

dimensiones a la vez y logra coordinarlas. De este modo logra vencer al conflicto cognitivo suscitado por la situación que se le ha presentado (Moreno, 2000, p.10).

Según Piaget (1967), para explicar el aprendizaje, no es necesario recorrer por separado al factor de necesidad o motivación, no porque no intervenga, sino porque está incluido desde el inicio en la concepción del esquema de asimilación. Desde este punto de vista, la necesidad sería el aspecto afectivo de un esquema, en cuanto reclama su asimilación normal, quiere decir, los objetos que él puede asimilar. El interés es la relación afectiva entre la necesidad y el objeto susceptible de satisfacerla. De este modo, decir que el sujeto se interesa por un resultado o un objeto significa, pues, que él lo asimila o que anticipa una asimilación, y decir que él tiene necesidad significa que está en posesión de esquemas que exigen su utilización (Dongo, 2008).

La Teoría Sociocultural de Vygotsky (1981) se centra en la participación proactiva de los educandos con el ambiente que les rodea, siendo el desarrollo cognoscitivo fruto de un proceso colaborativo. Describe el aprendizaje como un proceso social y el origen de la inteligencia humana en la sociedad o cultura. Su principal eje es la elaboración de un programa teórico que articula los procesos psicológicos, que son aquellos que nos permiten tomar conciencia de nosotros y nuestro entorno, y los socioculturales donde intervienen las relaciones sociales y con el ambiente que establece el sujeto (Bravo, Loor y Saldarriaga, 2017).

La concepción Vygotskyana del desarrollo es esencialmente dialéctica. El desarrollo cognitivo no es un proceso lineal, no se reduce a una mera sucesión de estadios, postulando la existencia de una serie de cambios cualitativos que tienen lugar en relación con el proceso de adaptación y que suponen la superación de las dificultades que plantea el entorno. En los diferentes estadios del desarrollo, los niveles inferiores se integran en los superiores. El desarrollo de las capacidades mentales tiene lugar en una doble dimensión, horizontal y vertical. Los procesos de aprendizaje y desarrollo son complementarios (Mora y Martin, 2009).

Las tesis desarrolladas por Vygotsky (1981) sobre la construcción social de las funciones cognitivas tienen hoy día una repercusión importante en la psicología del desarrollo. Igualmente, inspiran el campo de la educación por el papel relevante que atribuyen a la intervención del adulto en la progresión de los aprendizajes del estudiante.

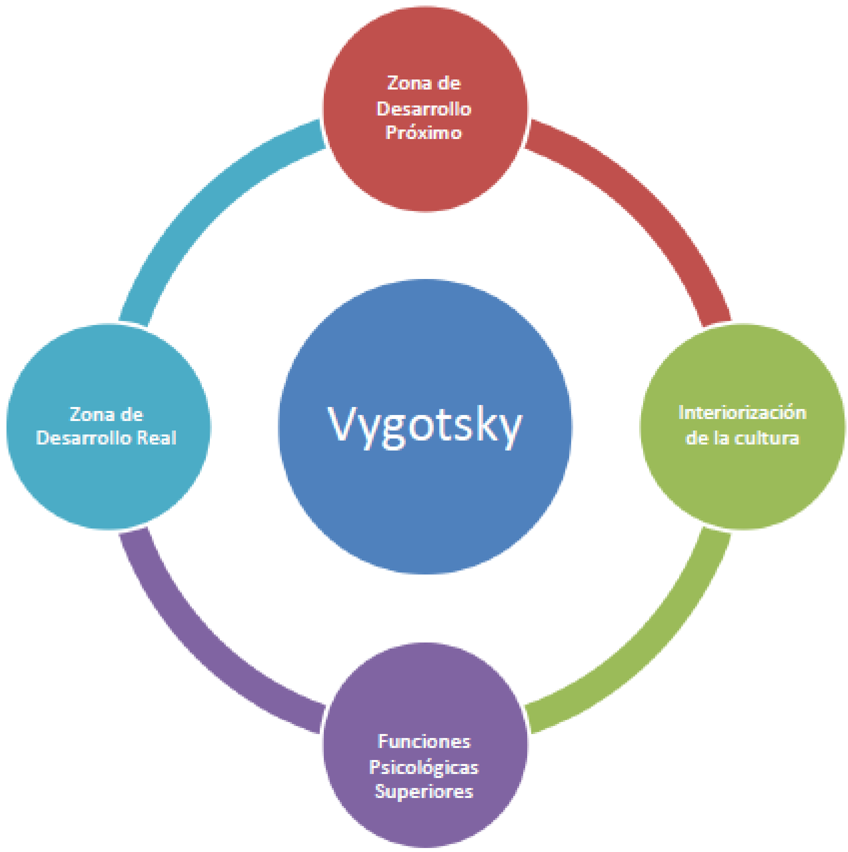
Vygotsky (1981) inscribe la pregunta sobre el desarrollo cognitivo en una perspectiva a la vez histórica y cultural. La tesis de la internalización de las capacidades humanas insiste en el hecho de que, en el origen del desarrollo, los conocimientos que se van a adquirir son exteriores al individuo y están materializados en las obras humanas: la literatura, las obras de arte, el lenguaje y demás sistemas semióticos de representación. El desarrollo cognitivo se concibe entonces como la apropiación, por parte del individuo, de las actividades humanas depositadas en el mundo de la cultura. El mundo social influye en el sujeto a través de otros sujetos, de los objetos socioculturales, de las prácticas que han sido creadas por generaciones anteriores. Dos componentes tienen un papel primordial en este proceso: los sistemas semióticos de representación y la interacción social. (Moreno, 2000)

Para Vygotsky, el desarrollo de las funciones mentales superiores –la memoria, el lenguaje, la conciencia – sólo es posible a través de los sistemas semióticos, por ejemplo, la escritura, los números, el habla. Verdaderos instrumentos de la construcción psicológica, los sistemas de signos tienen, en el tratamiento del conocimiento, un papel análogo al de las herramientas técnicas en la manipulación del mundo físico. En la perspectiva Vygotskyana, el aprendizaje de los sistemas de signos es una apuesta capital del desarrollo individual. El papel de los signos es fundamental, en la medida en que hacen posible la "duplicación" interna del mundo. Es necesario el recurso de un sistema semiótico de representación (el lenguaje natural es el ejemplo prototípico) para pensar en las representaciones mentales de la persona. Las representaciones mentales, pues, no son independientes de la asistencia de un sistema de representación externa. Tampoco es posible la comunicación sin dichos sistemas. Tomemos como ejemplo típico la escritura, cuya apropiación y dominio no sólo permite expresar el pensamiento sino, sobre todo, organizarlo y regularlo (Moreno, 2002).

Vygotsky subraya que las actividades llevadas a cabo bajo la tutela del adulto son las que, en primer lugar, permiten los aprendizajes del niño. Los individuos progresan por apropiación de la cultura en las interacciones sociales. El descubrimiento del entorno, la acción sobre los objetos, pero también, la apropiación de los sistemas semióticos depende de la mediación del otro. También las interacciones con los pares más competentes, lejos de frenar el desarrollo de un pensamiento autónomo, le son necesarias.

En la gráfica 4 se relacionan los aspectos esenciales trabajados en la Teoría Psicosocial del Aprendizaje propuesta por Vygotsky.

**Gráfica 4. Aspectos trabajados en la Teoría Psicosocial del Aprendizaje propuesta por Vygotsky**




Fuente: Elaboración propia basado en Moreno (2002)

# 3. Aspectos Metodológicos

## 3.1 Tipo de Estudio

La investigación se realiza bajo un enfoque cuantitativo de tipo cuasiexperimental. El método cuasiexperimental es particularmente útil para estudiar problemas en los cuales no se puede tener control absoluto de las situaciones, pero se pretende tener el mayor control posible, aun cuando se estén usando grupos ya formados. (Segura, 2003).

## 3.2 Metodología Propuesta Y Diseño De Investigación

En la siguiente matriz metodológica se presentan una serie de fases y se define la ruta de investigación, con ello se pretende planificar el desarrollo de las actividades que permita la consecución de los objetivos específicos, y desde allí el alcance del objetivo general.

| Fases | OBJETIVOS ESPECÍFICOS | ACTIVIDADES |
|---|---|---|
| Identificación de los niveles de Pensamiento Geométrico | Identificar el nivel de pensamiento geométrico de los estudiantes de grado 6º desde la perspectiva del modelo de Van Hiele | • Diagnóstico del estado actual del nivel de pensamiento geométrico de los estudiantes de grado 6º de la I.E. Gabriel García Márquez de Corozal.<br>• Sistematización de la preprueba y determinación del estado actual del nivel de desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes de grado 6º de la I.E. Gabriel García Márquez de Corozal.<br>• Análisis comparativo de la preprueba por sexo.<br>• Análisis FODA de la preprueba |
| Diseño e implementación | Diseñar e implementar estrategias didácticas para la enseñanza de los cuadriláteros en estudiantes de grado 6º que aplican el modelo de Van Hiele y el uso del software Cabri. | • Diseño de estrategias didácticas para la enseñanza de cuadriláteros con el uso de Cabri.<br>• Diseño de estrategias didácticas para la enseñanza de cuadriláteros con el modelo de Van Hiele.<br>• Determinación de los descriptores de los niveles de Van Hiele para la enseñanza de cuadriláteros.<br>• Implementar estrategias para la enseñanza de cuadriláteros que involucre el uso del software Cabri y el modelo de Van hiele |
| Análisis y evaluación | Analizar y evaluar la incidencia del empleo de estrategias didácticas para la enseñanza de cuadriláteros que apliquen el modelo de Van hiele y el software Cabri en el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes. | • Sistematización de la postprueba<br>• Análisis comparativo de la postprueba por sexo.<br>• Evaluación del impacto de la aplicación del instrumento a la población objetivo.<br>• Recomendaciones y sugerencias frente a la enseñanza de cuadriláteros usando Cabri y el modelo de Van Hiele para desarrollar el pensamiento geométrico en estudiantes de grado 6º.<br>• Redacción de un artículo científico.<br>• Divulgación de resultados (conferencias y ponencias en eventos de carácter científico a nivel local, regional, nacional e internacional). |

### 3.2.1 Variables.

#### 3.2.1.1 Conceptuales.

##### 3.2.1.1.1. Pensamiento geométrico que sustenta el modelo de Van Hiele.

El pensamiento geométrico es el conjunto de procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellas, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales (Castiblanco, 2006).

El modelo propuesto por Van Hiele propone que esta construcción del pensamiento geométrico sea coherente con el desarrollo evolutivo, que se describe a continuación. El primer nivel o *visualización* es el de simple reconocimiento de las figuras, que son distinguidas por medio de su forma global y no por el análisis de sus propiedades. El segundo nivel o *análisis* es el estudio de las formas, del conocimiento de las partes que lo componen, de sus propiedades básicas, y se comienza a establecer relaciones intuitivas. El tercero o *deducción informal* es el de relacionar y clasificar figuras en forma lógica pero muy sencilla. El cuarto o *deducción formal* es un razonamiento deductivo, se entiende el sentido de los axiomas. El quinto o *rigor* se trabaja con una variedad de sistemas axiomáticos. La geometría se capta en forma abstracta.

##### 3.2.1.1.2. El Uso De Programas Computacionales.

Es el empleo de programas computacionales como el software, que pueden estar o no estar en el computador o en diversas tecnologías vinculadas a internet. Permiten reforzar, completar o servir de material pedagógico, en el desarrollo de actividades educativas que potencien el aprender de modo entretenido y la estimulación del pensamiento en los niños. El uso de un software en geometría como herramienta pedagógica facilita el ambiente de enseñanza y el aprendizaje, pues producen imágenes fantásticas, estáticas o animadas. En matemática el factor imagen otorga un valor muy importante pues permite acercar el niño a los conceptos, los saca del plano abstracto para llevarlo a un plano natural, por medio de la animación de acuerdo a reglas o valores numéricos preestablecidos (Lastra, 2005).

En estos programas los conceptos geométricos se pueden examinar y analizar propiedades del espacio bi y tridimensional, así como las formas geométricas que se encuentran en ellos. De la misma manera, se pueden realizar transformaciones, traslaciones y reflexiones para analizar situaciones matemáticas, para presentar argumentos matemáticos acerca de las relaciones geométricas, además de utilizar la visualización, el razonamiento espacial y la modelación geométrica para resolver problemas.

**3.2.1.1.3. Pensamiento Geométrico que no es desarrollado, a partir del Modelo de Van Hiele.**

Es el pensamiento geométrico que permite la construcción de la imaginación espacial y el desarrollo de un lenguaje geométrico en los niños, a través del estudio de formas de una, dos y tres dimensiones, el análisis de sus representaciones y el inicio del estudio de las transformaciones tales como reflexiones, rotaciones, traslaciones, ampliaciones y reducciones. Este aprendizaje geométrico se va incorporando por medio del conocimiento de las formas geométricas, a través de variadas actividades, que permiten el reconocimiento de las características más relevantes, los nombres de cada uno de ellos, clasificaciones considerando diversos criterios, se representan a través de dibujos, se reconocen en otras formas y en objetos del mundo que nos rodea y que no se realiza por un desarrollo evolutivo.

**3.2.1.2. Operacionales.**

**3.2.1.2.1. Pensamiento Geométrico Desarrollado A Partir Del Modelo De Van Hiele.**

Es la aprehensión del concepto de “Cuadriláteros”, que está dado por los indicadores de estos tres niveles:

Primer nivel: Visualización

- Dibujan, recortan o construyen diferentes tipos de cuadriláteros conocidos y los reconocen en diferentes contextos.
- Identifican cuadrados, trapecios y rombos etc., por su aspecto físico.
- Cada clase se considera disjunta.

Segundo nivel: Análisis

- Definen un rectángulo como un polígono de 4 lados (cuadriláteros), paralelos de dos en dos, con 4 ángulos rectos, con diagonales iguales etc, pero no se relacionan unas propiedades con otras.
- Dan definiciones informales de los distintos tipos de cuadriláteros.
- Relacionan las familias de cuadriláteros por separado, continúan percibiéndolas como clases disjuntas.

Tercer nivel: Deducción informal

- Se clasifican las familias de cuadriláteros, basándose en sus propiedades matemáticas.
- Se dan definiciones formales de los distintos cuadriláteros.
- Se pueden deducir unas propiedades a partir de otras, dando justificaciones abstractas informales.

#### 3.2.1.2.2. El Uso De Programas Computacionales.

Es el empleo del programa computacional: Software Cabri Géomètre desarrollado por Yves Baulac, Franck Bellemain y Jean Marie Laborde del laboratorio de estructuras discretas y de didáctica LSD2 del instituto de Informática y Matemáticas aplicadas de Grenoble (Imag) Francia.

El Cabri es un programa para geometría interactiva más utilizado en el mundo. Incluye geometría analítica, transformacional y euclidiana. Sus funciones abarcan la construcción de puntos, líneas, triángulos, polígonos, círculos y otros objetos geométricos básicos.

El software seleccionado se consideró como un medio para desarrollar algunas actividades sobre cuadriláteros, para profundizar el estudio de las propiedades de estas figuras, a través de la construcción, medición y animación.

#### 3.2.1.2.3. Derechos Básicos de Aprendizaje (sexto grado, V2)

- Representa y construye forma bidimensionales y tridimensionales con el apoyo en instrumentos de medida apropiados.
- Reconoce el plano cartesiano como un sistema bidimensional que permite ubicar puntos como sistema de referencia gráfico o geográfico.

#### 3.2.1.2.4. Indicadores de Desempeño.

- Dado un conjunto de cuadriláteros estos se clasifican de acuerdo con sus componentes (ángulos, lados) y características.
- Utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales.
- Dado un conjunto de cuadriláteros de distintos tamaños y posiciones, estos se clasifican en aquéllos que tienen un par de lados paralelos (trapecios), que tienen dos lados paralelos (paralelogramos).
- Dado un conjunto de cuadriláteros de distintos tamaños y posiciones, estos se clasifican en aquéllos que tienen todos los lados iguales (cuadrado y rombo), todos los lados diferentes (trapezoides) y dos pares de lados iguales (rectángulo y romboide).
- Dado un conjunto de cuadriláteros de distintos tamaños y posiciones estos se clasifican en aquellos que no tienen ángulos rectos (trapecios y trapezoides, rombos y romboides), dos ángulos rectos (trapecio y rectángulo) y cuatro ángulos rectos (rectángulos y cuadrados).
- Identifican ejes de simetría en cuadriláteros de distintas formas y los clasifican en aquéllos que tienen cero, uno, dos y cuatro ejes de simetría.
- Dibujan cuadriláteros a partir de características dadas, en papel cuadriculado y apoyándose en la regla y en la escuadra.

### 3.2.1.2. Variables independientes y dependiente

#### 3.2.1.2.1. Variable independiente.

##### 3.2.1.2.1.1. Estrategias didácticas basadas en el modelo de van Hiele y el software Cabri.

La estrategia didáctica basada en el modelo de Van Hiele y el software cabri para desarrollar el pensamiento geométrico; está diseñada respondiendo a los requerimientos y los parámetros planteados por el Ministerio de Educación Nacional; fundamentalmente siguiendo los criterios del modelo Van Hile, mediados con el uso de programas computacionales. La factibilidad del modelo en el desarrollo de capacidades geométricas es alta. Asimismo, sus potencialidades de aplicabilidad a través de la estrategia didáctica presentan amplias perspectivas. En esa línea, desde el punto de vista de los investigadores la propuesta elaborada recoge por una lado, los fundamentos teóricos y por otro, los indicadores que se persiguen con el uso de las TIC en función de las necesidades de los estudiantes; desarrollar las capacidades matemáticas: comunicar, representar, razonar, argumentar, desde la perspectiva del Modelo de Van Hiele y el uso del Cabri. (Ramos, 2015).

#### 3.2.1.2.2. Variable dependiente

##### 3.2.1.2.2.1. Pensamiento geométrico.

Es la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual y se reconoce su amplio uso no sólo en la geometría, sino en las demás ramas de las matemáticas y aún en la ciencia en general. (Cantoral, 2008). El pensamiento geométrico contempla las actuaciones del sujeto en todas sus dimensiones y relaciones espaciales para interactuar de diversas maneras con los objetos situados en el espacio, desarrollar variadas representaciones y, a través de la coordinación entre ellas, hacer acercamientos conceptuales que favorezcan la creación y manipulación de nuevas representaciones mentales. (MEN, 2006).

### 3.2.2 Operacionalización de Variables.

| VARIABLES | DIMENSIONES | INDICADORES |
|---|---|---|
| **Pensamiento geométrico.**<br>Habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual. | Propiedades de los objetos y figuras.<br>Relaciones entre objetos y figuras.<br>Características de las figuras.<br>Propiedades invariantes de las figuras.<br>Transformaciones de figuras. | Reconocer tamaños y formas.<br>Ubicar objetos en el espacio según instrucciones.<br>Reconocer las distintas clases de cuadriláteros.<br>Diferenciar las propiedades geométricas de los cuadriláteros.<br>Identificar los elementos que conforman a los cuadriláteros. |
| **Estrategias didácticas basadas en el modelo de Van Hiele y el software Cabri.**<br><br>Secuencia ordenada y sistematizada de actividades y recursos que los profesores utilizan en su práctica educativa mediadas con el modelo de Van hiele y el software Cabri. | Nivel de visualización – Fase de información | Reconocer cuadriláteros en figuras de polígonos convexos.<br>Reconocer figuras de cuatro lados.<br>Reconocer cuadrados.<br>Reconocer rectángulos<br>Identificar trapecios.<br>Identificar paralelogramos.<br>Reconocer un eje de simetría en un cuadrilátero.<br>Reconocer ángulos en cuadriláteros. |
| | Nivel de análisis – Fase de orientación dirigida. | Identificar la forma del cuadrilátero que tiene 4 ejes de simetría.<br>Seleccionar la forma que tiene un cuadrilátero, según tres pistas dadas.<br>Seleccionar cuadriláteros por propiedades comunes.<br>Identificar las propiedades de los cuadriláteros. |
| | Nivel de deducción informal – Fases de explicitación, orientación libre e integración. | Construye paralelogramos aplicando sus propiedades.<br>Transforma un paralelogramo en un trapecio.<br>Identifica la figura que se obtiene al estirar los vértices de un cuadrado.<br>Identifica proposiciones verdaderas relacionadas con los cuadriláteros.<br>Identifica el nombre de una figura, siguiendo pistas.<br>Identifica la forma de un trapezoide.<br>Genera una forma cuadrada con un mínimo de piezas triangulares.<br>Identifica cuadriláteros a partir de sus propiedades. |

### 3.3 Diseño

Como consecuencia de las variables conceptuales y operacionales que se derivan a su vez de los objetivos y preguntas, en esta investigación se conjuga un diseño cuasiexperimental con descripciones, explicaciones e inferencias.

Para la metodología de la investigación se escogió un diseño cuasiexperiemental, porque la selección de los estudiantes no fue aleatoria, es decir, se escogieron para el estudio los grados 6º1 y 6º2 que ya estaban conformados, cada uno de ellos con 30 estudiantes.

Según Segura (2003), entre las fortalezas de los diseños cuasiexperimentales se pueden señalar: Son factibles dado que se pueden realizar en pequeñas unidades y tienen menos obstáculos prácticos; permiten realizar investigaciones dentro de un marco de restricciones, particularmente la falta de aleatorización; Facilitan el desarrollo de estudios en ambientes naturales; y es posible inferir relaciones causales entre la variable independiente y la variable dependiente.

De manera similar, Segura (2003), destaca entre las debilidades y limitaciones del diseño cuasiexperimental, las siguientes:

> En los diseños cuasiexperimentales la variable independiente puede confundirse con variables extrañas, por lo que no se sabe si un cambio en la variable dependiente se debe realmente a la variación de la variable independiente; Al utilizar grupos intactos, existe la posibilidad de que se presenten sesgos en la selección; El tipo de tratamiento recibido por los grupos puede no ser lo suficientemente variado para marcar una diferencia. El desarrollo de la investigación en un ambiente natural posibilita la intervención de variables extrañas sobre las que seguramente no se podrá ejercer control; Una desventaja del cuasiexperimento es el hecho de tomar los grupos intactos. El investigador no tiene la certeza de que la muestra sea representativa de la generalidad, por tanto, esto constituirá una amenaza a la validez externa, de donde se deriva una limitación del estudio; En un cuasiexperimento, es importante cuidar que los

sujetos no se enteren de que están participando en tal investigación, para evitar sesgar los resultados. (p. 4).

## 3.4 Población y Muestra

La población objeto de estudio está determinada por los 943 estudiantes de la Institución Educativa Gabriel García Márquez de Corozal, Sucre y la muestra está conformada por los dos grupos de estudiantes de grado sexto (60 estudiantes). Uno de estos grupos es el de control donde se desarrollaron las actividades de manera tradicional y el otro grupo es el experimental, donde se desarrolló la estrategia didáctica teniendo en cuenta el modelo de Van Hiele y el software Cabri.

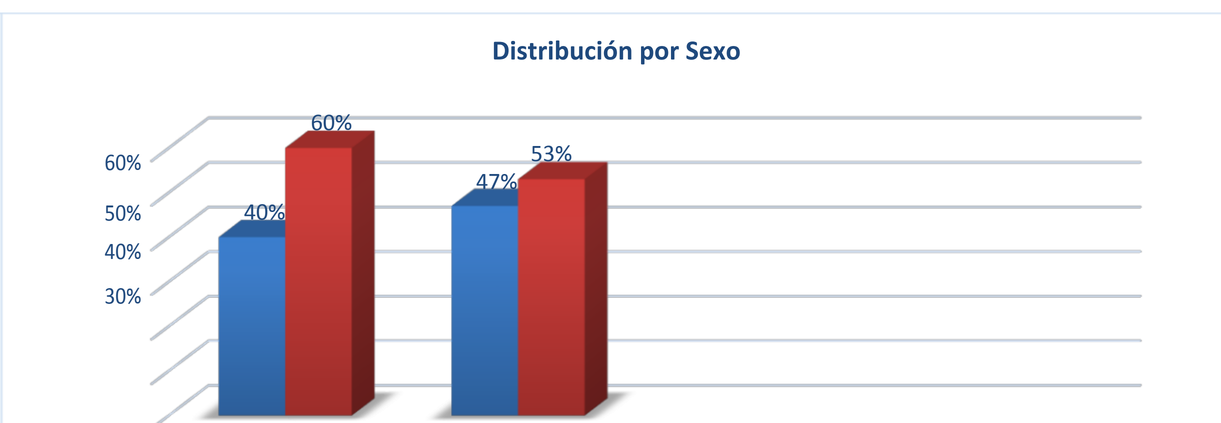
Tabla 3. Muestra de Estudiantes de sexto grado.

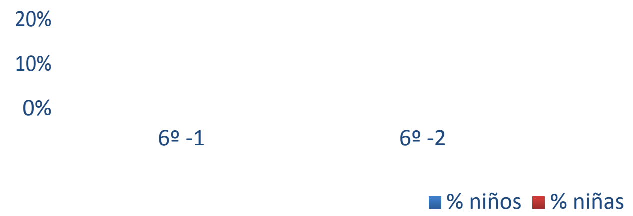
| GRADO | NIÑOS | NIÑAS | % niños | % niñas | total |
|---|---|---|---|---|---|
| 6º 1 | 12 | 18 | 40% | 60% | 100% |
| 6º 2 | 14 | 16 | 47% | 53% | 100% |
| | 26 | 34 | | | |

Fuente: *Institución Educativa Gabriel García Márquez, Corozal, Sucre*.

Estos dos grupos de sexto grado pertenecen a estratos socioeconómicos bajos y vienen de la zona rural del municipio en su minoría, la mayor parte de ellos, de barrios marginales de la zona urbana. Sus edades oscilan entre los 11 y 14 años, centradas según desarrollo piagetiano en la etapa del pensamiento concreto y la transición concreto-formal. Los estudiantes que están por fuera del rango de edad en este grado, se deben a la repitencia de grados y la movilización de una institución a otra por causales de mala conducta.

Grafica 5. Distribución por sexo de los estudiantes de los grupos experimental y control.






Fuente: Institución Educativa Gabriel García Márquez, Corozal, Sucre

Nótese que en ambos grupos el número de niñas es mayor que el de los niños.

### 3.5. Fases De La Intervención.

La intervención se realizó en siete etapas, que fueron las siguientes:

1. Diseño y validación del pretest (primer trimestre 2014)
2. Aplicación del pretest (segundo trimestre 2014)
3. Diseño de estrategias didácticas para la enseñanza de cuadriláteros (tercer trimestre 2014)
4. Desarrollo de estrategias didácticas (cuarto trimestre 2014)
   Las estrategias se diseñaron considerando los tres primeros niveles de Van Hiele y con el uso del software cabri. En la planificación de las actividades se tuvieron en cuenta las pautas propuestas por Van Hiele, por medio de cinco fases de aprendizaje: información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración.
5. Diseño del postest (primer trimestre 2015)
6. Aplicación del postest (segundo trimestre 2015)
7. Análisis de resultados (tercer trimestre 2015).

### 3.6. Diseño de la estrategia didáctica.

El diseño y aplicación de estrategias didácticas para enseñar el tema de cuadriláteros con el uso del programa computacional cabri y el modelo de Van Hiele, se realizó por espacio de seis meses, se desarrollaron actividades en el grupo experimental 6º1. Con el grupo 6º2 se desarrollaron los conceptos de cuadriláteros de manera tradicional. Las estrategias implementadas en el grado 6º1, abordaron actividades para identificar trapecios, afianzar el concepto de cuadrado, identificar rectángulos, identificación de rombos y paralelogramos, diferenciar rombos y romboides, construcción de un cuadrado usando el programa computacional cabri a partir de una macroconstrucción, diferencias de trapecios y paralelogramos en cabri y uso del plano cartesiano con tecnología.

Para el diseño de la estrategia didáctica se tuvieron en consideración las pautas de aprendizaje propuestas por Van Hiele para desarrollar el pensamiento geométrico. Estas fases fueron:

***Fase 1. Diagnóstico****:* Aquí se determinaron los conocimientos previos que tenían los estudiantes acerca de los cuadriláteros de manera oral y se informó a los estudiantes sobre las temáticas de estudio que se trabajarán, de igual modo se realizó la sensibilización y socialización con los docentes del trabajo a realizar.

***Fase 2. Practicas guiadas***: Aquí, los estudiantes desarrollaron talleres con actividades concretas, bien secuenciadas, para descubrir, comprender, asimilar y aplicar, las ideas, conceptos, propiedades y relaciones sobre cuadriláteros que serán motivo de su aprendizaje en el nivel de análisis.

***Fase 3. Practicas colaborativas***: En esta fase los estudiantes justificaron los procedimientos realizados y las respuestas obtenidas. Se socializaron los resultados de manera oral y escrita.

***Fase 4. Profundización*****:** Aquí los estudiantes desarrollaron actividades más complejas fundamentalmente referidas a aplicar lo anteriormente adquirido, tanto respecto a contenidos como al lenguaje necesario. Aparecieron los problemas abiertos, para que puedan ser abordados de diferentes maneras o puedan ser de varias respuestas válidas conforme a la interpretación del enunciado.

***Fase 5. Integración***: Se resumió todo lo estudiado intentando integrar los conocimientos nuevos a los ya existentes en el estudiante, ampliando de esta manera la red de conocimientos.

### 3.6 Análisis De Los Datos

Este diseño utiliza dos grupos 6º 1 y 6º 2 a los cuales uno recibe el tratamiento experimental, el otro no. Ambos grupos se les administra una preprueba (anexo 1) al inicio del estudio, y luego de hacer la intervención en el grupo experimental, se les aplica una postprueba (anexo 2), con el objeto de analizar si el tratamiento experimental tuvo un efecto sobre la variable dependiente.

El primer análisis se realiza con tablas descriptivas ajustada a indicadores de desempeño establecidos para evaluar el rendimiento de los estudiantes tanto en el pretest como en el postest. Seguidamente se le hace seguimiento a las actividades realizadas con el grupo experimental para evaluar sus desempeños por componentes al utilizar las estrategias computacionales. Finalmente se realizó un análisis cuantitativo que implicó el uso de pruebas de contraste paramétricas, en este caso las pruebas t de contraste entre medias para muestras independientes y las pruebas t de contraste entre medias para muestras relacionadas. Todas las pruebas se realizaron con el paquete estadístico IBM – SPSS versión 23. La prueba t, es una prueba estadística para evaluar si dos grupos difieren entre sí de manera significativa respecto a sus medias. (Hernández, Fernández y Baptista, 2006). Se empleó la prueba t, porque se quería contrastar los resultados de una preprueba con los resultados de una postprueba en un contexto cuasiexperimental. Además, los grupos seleccionados (6º1 y 6º2), correspondían a los únicos grupos existentes para este grado en la Institución Educativa Gabriel García Márquez de Corozal.

## 3.7 Aplicación y Validación del Instrumento Utilizado

### 3.7.1 Validación interna.

Para determinar la consistencia del instrumento utilizado, es decir la confiabilidad y homogeneidad de los ítems que conforman el instrumento diseñado por el equipo investigador (se realizó una preprueba con 60 niños y niñas de grado 6º de la Institución Educativa Gabriel García Márquez de Corozal, Sede Principal). Los datos tomados se sometieron al modelo de consistencia interna Alfa de Cronbach, pues este modelo, desarrollado por J. L. Cronbach, requiere de una sola administración del instrumento de medición y produce valores que oscilan entre cero y uno (Hernández, Fernández, y Baptista, 2006).

Es aplicable a escalas de varios valores posibles, y puede ser utilizado para determinar la confiabilidad en escalas cuyos ítems tienen más de dos alternativas de respuesta. Su fórmula determina el grado de consistencia y precisión del instrumento; la escala de valores que determina la confiabilidad está dada por los siguientes valores:

*Criterio de confiabilidad valores.*

No es confiable -1 a 0

Baja confiabilidad 0.01 a 0. 49

Moderada confiabilidad 0.5 a 0.75

Fuerte confiabilidad 0.76 a 0.89

Alta confiabilidad 0.9 a 1

Su fórmula está dada por $\alpha = \left(\frac{k}{k-1}\right).\left(1 - \frac{\sum S_i^2}{S_{sum}^2}\right)$ (Ledesma, Molina y Valero, 2002). Donde

α = Valor del coeficiente Cronbach para determinar la confiabilidad del instrumento, que puede ser expresado en %.

N = número de ítems del instrumento.

$S_i^2$ = Varianza de los puntajes de cada ítem.

El coeficiente Alfa de Cronbach se obtuvo sobre la totalidad de la muestra tomada para la preprueba y postprueba utilizando el programa, IBM SPSS Statistics v.20.00. Los resultados obtenidos se detallan a continuación en las tablas 3 y 4.

Tabla 4. Fiabilidad de la preprueba aplicada a 60 niños de sexto grado

**Resumen del procesamiento de los casos**

| | | N | % |
|---|---|---|---|
| Casos | Válidos | 60 | 100,0 |
| | Excluidos(a) | 0 | ,0 |
| | Total | 60 | 100,0 |

a Eliminación por lista basada en todas las variables del procedimiento.

**Estadísticos de fiabilidad**

| Alfa de Cronbach | N de elementos |
|---|---|
| ,7816 | 60 |

**Estadísticos de la escala**

| Media | Varianza | Desviación típica | N de elementos |
|---|---|---|---|
| 97,500000 | 11,380 | 3,111377 | 60 |

Tabla 5. Fiabilidad del postest aplicado a una muestra de 60 niños de sexto grado.

**Resumen del procesamiento de los casos**

| | | N | % |
|---|---|---|---|
| Casos | Válidos | 60 | 100,0 |
| | Excluidos(a) | 0 | ,0 |
| | Total | 60 | 100,0 |

a Eliminación por lista basada en todas las variables del procedimiento.

**Estadísticos de fiabilidad**

| Alfa de Cronbach | N de elementos |
|---|---|
| ,7611 | 60 |

**Estadísticos de la escala**

| Media | Varianza | Desviación típica | N de elementos |
|---|---|---|---|
| 93,100000 | 11,110 | 3,181389 | 60 |

Según los resultados obtenidos para la preprueba se obtiene una fuerte confiabilidad (0.76 a 0.89 y también para la postprueba, una fuerte confiabilidad (0.76 a 0.89).

En el caso de la pre y post pruebas se muestra un valor de ,7816 y ,7611 en el Alfa de Cronbach, indicando una fuerte fiabilidad de los instrumentos para los estudiantes.

La validez de contenido del instrumento empleado en la preprueba y postprueba se evidencia en la medida en que los ítems de los mismos contenían ejercicios sobre cuadrados, rectángulos, rombos, romboides, trapecios y trapezoides, es decir las figuras geométricas que caracterizan a los cuadriláteros.

La validez fue otorgada por dos expertos, los profesores: Ubaldo Buelvas Solorzano y Jairo Escorcia Mercado, que efectuaron una revisión y análisis de los ítems en particular y de la prueba en general.

Las variables extrañas son todas aquellas que el investigador no controla directamente, pero que pueden influir en el resultado de la investigación. Deben ser controladas, hasta donde sea posible, para asegurar de que los resultados se deben al manejo que el investigador hace de la variable independiente, más no a variables extrañas, no controladas. (Sierra, 1988). En el presente estudio aparecen como variables extrañas el nivel socioeconómico y el grado de repitencia de los estudiantes. La primera es difícil de controlar porque la mayor parte de los estudiantes, en efecto son de estratos socioeconómicos bajos, y la segunda se controló haciendo un balanceo en los grupos de los estudiantes que se encontraban repitiendo el grado sexto.

# 4. Análisis e Interpretación de los Resultados

## 4.1 Sistematización de la preprueba (anexo 1).

Para estos efectos, se aplica la preprueba a 60 niños del grado 6º grupos 1 y 2, conforme a la muestra dada en la tabla:

Tabla 6. Distribución de la muestra.

| GRADO | NIÑOS | NIÑAS | % niños | % niñas | subtotales |
|---|---|---|---|---|---|
| 6º -1 | 12 | 18 | 40% | 60% | 30 |
| 6º -2 | 14 | 16 | 46.66 | 53.33% | 30 |

Fuente: equipo investigador.

Se tabula la preprueba agrupando los indicadores de desempeños para los niveles I y II de Van Hiele, así:

Tabla 7. Resultados de la Preprueba. Tabulación por desempeños.

| Indicadores de Desempeño | % NIÑOS | % NIÑAS | EVALUACION |
|---|---|---|---|
| Clasifica un conjunto de cuadriláteros de distintos tamaños y posiciones en aquellos que no tienen ángulos rectos (trapecios y trapezoides, rombos y romboides), dos ángulos rectos (trapecio y rectángulo) y cuatro ángulos rectos (rectángulos y cuadrados). | 22 de 26 ó 84.61% | 23 de 34 u 82.14% | El desempeño es alto tanto para niños como niñas. |
| Identifica ejes de simetría en cuadriláteros de distintas formas y los clasifican en aquéllos que tienen cero, uno, dos y cuatro ejes de simetría. | 12 de 26 ó 46.15% | 16 de 34 ó 57.14% | Dificultades con este ítem. Ello demuestra que esos contenidos son pocos trabajados en primaria. |
| Dibuja cuadriláteros a partir de características dadas, en papel cuadriculado y apoyándose en la regla y en la escuadra. | 24 de 26 ó 92.31% | 24 de 34 ó 85.71% | Desempeño Alto. En relación con el dibujo geométrico los niños en su mayoría (86%) identificaron cuadriláteros usando regla y la escuadra. |
| Clasifica un conjunto de cuadriláteros de acuerdo con sus componentes (ángulos, lados) y características. | 23 de 26 ó 88.96% | 24 de 34 ó 85.71% | Desempeño alto. La mayoría de los niños y niñas identificaron cuadriláteros. |
| Utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales. | 22 de 26 ó 84.61% | 19 de 34 ó 55.88% | Aceptablemente (utilizan coordenadas y ubicar parejas en el plano. |
| Clasifica un conjunto de cuadriláteros de distintos tamaños y posiciones, en aquéllos que tienen un par de lados paralelos (trapecios), que tienen dos lados paralelos (paralelogramos). | 14 de 26 ó 53.84% | 16 de 34 ó 57.14% | Aceptablemente diferencian trapecios de paralelogramos. |
| Clasifica un conjunto de cuadriláteros de distintos tamaños y posiciones, en aquéllos que tienen todos los lados iguales (cuadrado y rombo), todos los lados diferentes (trapezoides) y dos pares de lados iguales (rectángulo y romboide). | 9 de 26 ó 34.61% | 14 de 34, ó 41.17 % | Desempeño bajo, es decir, tienen pocos conocimientos sobre los conceptos básicos de trapecios y trapezoides. La confusión la tienen con el rombo y romboides |

Fuente: equipo investigador.

Los desempeños que aparecen en la tabla anterior en la columna de evaluación se corresponden con los desempeños especificados en el Sistema Institucional de Evaluación Escolar de la Institución Educativa Gabriel García Márquez de Corozal y acordes con lo establecido en el decreto 1290 del Ministerio de Educación Nacional del año 2009. Estos desempeños se presentan en la tabla 7.

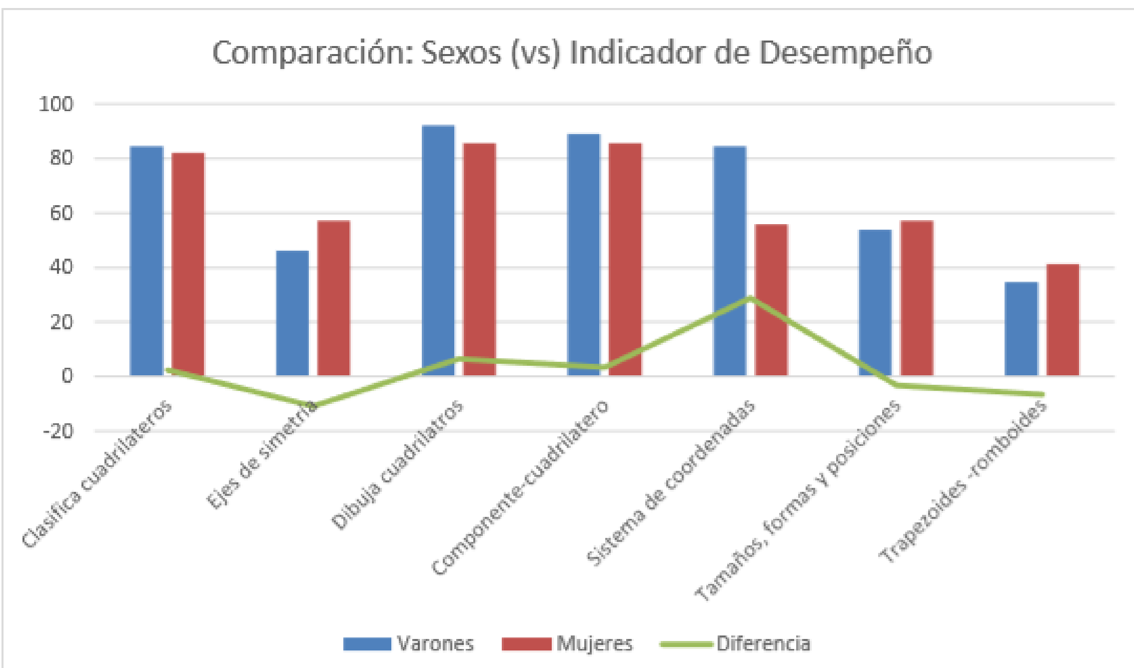
Tabla 8. Escala de valoración del desempeño de los estudiantes de la I.E. Gabriel García Márquez de Corozal.

| Desempeño | Valoración cuantitativa | Valoración porcentual |
|---|---|---|
| Superior | 9.1 – 10.0 | 91% - 100% |
| Alto | 8.0 – 9.0 | 80% - 90% |
| Básico | 6.0 – 7.9 | 60% - 79% |
| Bajo | 1.0 – 5.9 | 10% - 59% |

Fuente: Sistema Institucional de evaluación Escolar I.E. Gabriel García Márquez de Corozal

De acuerdo a la tabla 7, el grafico 6, condensa las respuestas atendiendo a los desempeños.

Gráfica 6. Prestest.




Fuente: equipo investigador.

Al hacer un análisis comparativo por sexo al respecto de la preprueba aplicada a los estudiantes se encuentra que:

Los niños, respecto de los resultados obtenidos por las niñas, sobresalieron en indicadores tales como: dibuja cuadriláteros a partir de características, dibuja cuadriláteros a partir de características, clasificación de acuerdo a sus componentes (ángulos, lados).

Sin embargo, los niños tuvieron un desempeño bajo (serie Diferencia en el gráfico) en los indicadores:

- Identificación de ejes de simetría
- Clasificación en trapecios y paralelogramos
- Clasificación de cuadriláteros según sus lados paralelos, congruentes, diferentes medidas (cuadrados, rombos, trapezoides, rectángulos y romboides).

De igual manera, con las niñas se pudo observar que: acertaron con buenos resultados en indicadores como identificación de ejes de simetría, clasificación de cuadriláteros en trapecios y paralelogramos. Por el contrario, la línea de tendencia para ellas tiene cuatro descensos o concavidades negativas, lo que indica que acertaron bien tres items y fallaron en cuatro (de siete). Ello muestra vacíos o desconocimiento de estos conceptos en básica primaria quizás por la falta de didáctica de la geometría en el docente.

En este sentido, según (Gonzato, Díaz y Neto, 2011) quienes elaboraron cuestionarios para evaluar los conocimientos didáctico-matemáticos de profesores en formación para la educación primaria, plantean que: "el profesor en formación consigue resolver correctamente las tareas relacionadas con los conocimientos común y ampliado del contenido, pero tiene dificultades en identificar los objetos y procesos puestos en juego en la resolución así como en justificar su proceder, dando indicios de debilidades en su conocimiento especializado del contenido".

En la preprueba, en general, los niños tuvieron mejores resultados que las niñas.

### 4.1.1 Análisis FODA sobre la preprueba.

En relación con los niveles 1 y 2 de Van Hiele los dos grupos de sexto grado presentan el siguiente:

Tabla 9. Análisis FODA en torno a la Preprueba.

| | **FORTALEZAS**<br>Los niños tienen mayor interés que las niñas por aprender geometría.<br><br>Identificación de los cuadriláteros desde sus lados y ángulos. | **DEBILIDADES**<br>Desconocimiento de los cuadriláteros que rompen con la definición tradicional.<br><br>Desconocimiento de aplicaciones didácticas para aprender geometría. |
|---|---|---|
| **OPORTUNIDADES**<br>Aprender dibujo geométrico.<br>Manipular cuadriláteros deformándolos sin perder sus propiedades invariables<br><br>Clasificar cuadriláteros a partir de sus lados o ángulos.<br><br>Ubicar objetos planos en el sistema de coordenadas cartesiano. | Implementar talleres lúdicos – geométricos para niños y niñas.<br>Aprender los cuadriláteros con la geometría dinámica.<br><br>Construir cuadriláteros a partir de sus lados y ángulos en el sistema de coordenadas cartesianas. | Identificar romboides y trapezoides, desde la manipulación manual con recursos reciclables.<br><br>Buscar tutoriales en la clase de informática que les ayude a construir cuadriláteros con software de uso libre. |
| **AMENAZAS**<br>Aprendizajes superficiales de los cuadriláteros.<br>Falencias en el uso de estrategias didácticas para enseñar cuadriláteros.<br>Desconocimiento de la Teoría de Van Hiele por parte del profesorado. | Permitir a los estudiantes crear sus propias estrategias de aprendizaje.<br><br>Aprendizaje de la geometría con nuevas tecnologías.<br><br>Capacitación docente en el uso de los niveles de Van Hiele y Tecnología para enseñar geometría. | Apatía por el aprendizaje de los cuadriláteros.<br><br>Confusiones en el manejo de las relaciones entre las diferentes características de los cuadriláteros.<br><br>Aprendizaje memorístico en los estudiantes. |

Fuente: Equipo de investigación.

### 4.2 Experimento con Estrategias y Tecnología

En esta parte se elige el grupo sexto 1, quienes a su vez presentaron deficiencias en 4 ítems de la preprueba (identificación de trapecios y trapezoides, rombos y romboides; dibujo de cuadriláteros, clasificación conforme a ángulos y lados, uso de sistema cartesiano.

EL programa utilizado para esta parte fue Cabri Géomètre, descargable libremente en: http://www.cabri.com/es/descargar-cabri-2-plus.html.

Este ejercicio que se hace con un solo grupo para luego comparar resultados, tiene dos momentos:

1. Revisión de las características invariables de los rectángulos, trapecios-trapezoides y cuadrados; rombos, paralelogramos y romboides. Esto usando la propuesta de las habilidades básicas del pensamiento de la Dra. Margarita De Sánchez. (1995). Desde esta perspectiva, se desarrollaron actividades con talleres para la identificar de los cuadriláteros (ver anexos 3-9).

2. Momento dos. Exploración de cuadrilátero usando Cabri Géomètre.

A través de los talleres de orientación “Estrategia para identificar cuadriláteros” dados en los anexos 3 al 9, se validó el esquema sugerido por Margarita De Sánchez y algunas estrategias del aprendizaje significativo tales como pistas discursivas, pistas tipográficas, resumen, propósito de la tarea e ilustraciones.

### 4.2.1 Trapecios.

Cada estrategia de identificaron sugería unas preguntas orientativas que llevaban a los estudiantes a describir cómo eran aquellas figuras partiendo de sus características, mas no de su concepto. Con la aplicación de la estrategia para identificar trapecios (anexo 3) se logró inferir a través de la descripción de sus características intrínsecas que:

Para los niños (12 de 30) el concepto de paralelismo y perpendicularidad lo asociaban con analogías como: “frente a frente”, “cara a cara”; “derechito sobre el papel” o, “firme como el soldado” respectivamente.

En el caso de las niñas (18 de 30) la mayor dificultad estuvo centrada en comprender que los trapecios conforman una familia de cuadriláteros con características comunes. Es decir, pensaban que se refería a una sola figura. Para esto se les presentó trapecios rectángulos, isósceles, escalenos.

En ambos casos, la estrategia de visualización y descripción de diferentes tipos de trapecios llevó a los estudiantes en su gran mayoría (28 a 30), a precisar que una característica compartida de esta familia de cuadriláteros, “es un par de lados paralelos”.

Los niños y niñas en una minoría (30%) por su parte, fueron capaces de diferenciar en el trapecio isósceles la característica que “las diagonales sean iguales”.

Al pasar a la construcción con Cabri desarrollaron estrategias con la mediación de los facilitadores. Entre ellas, el uso de los menús o herramientas ***Paralela y perpendicular***. El programa sigue una ruta pidiendo los elementos clave: punto por el que se traza y paralela o perpendicular a quien. Esto permitió una mejor apropiación del presaber que traen al aula. De igual manera, con las herramientas ***Compas*** y ***Transferencia de medidas*** de Cabri, trasladaron con facilidad las medidas de las bases mayor, menor y altura a rectas paralelas y perpendiculares, para luego cerrando con un polígono, los segmentos que estructuran el trapecio. Allí observaron con el arrastre de algunas longitudes la deformación del trapecio que en muchas ocasiones perdió la forma o características. Es, por tanto, que este recurso del programa como los es, el arrastre (deformar la figura usando clic sostenido) se distingue entre el dibujo, un objeto que tiene características requeridas y el cuadrilátero, caracterizado por las propiedades geométricas de cada una de sus partes, que permanecen invariantes desplegando las relaciones que subyacen de estos.

Al revisar el presaber sobre eje de simetría, recurren a la analogía de las "manos juntas que se juntan y superponen a través de sus pulgares". En este sentido, comprenden que los ejes de simetría "son líneas imaginarias que dividen el trapecio en dos partes simétricas respecto a dicho eje". En esta parte no tuvieron dificultad para concluir que el trapecio solo tenían un eje de simetría.

### 4.2.2 Revisión de los Cuadrados y Rectángulos.

Con la estrategia de los anexos 4, 5 y 8 los estudiantes reconocen los cuadrados y rectángulos por su apariencia global, como unidades, pudiendo incluir atributos irrelevantes en las descripciones que hacen (más gordos o más largos). Además, utilizaron el empleo de cierto vocabulario para identificarlos como: ángulos rectos, lados iguales, diagonales iguales.

En suma, perciben los cuadrados y rectángulos como objetos individuales, es decir, que no son capaces de generalizar las características que reconocen en ellos u otras de su misma clase. En su mayoría, tanto niños como niñas, lograron identificar las propiedades de un cuadrado o de un rectángulo. Así, logrando diferenciar como característica esencial, los cuatros ángulos rectos en ambos y la medida de los lados.

En su nivel de análisis, se limitan a describir el aspecto físico de los cuadrados y rectángulos usando la estrategia de descripción dada en los anexos (4 y 5): los reconocimientos, diferenciaciones, o clasificaciones de ellos se basan en semejanzas o diferencias físicas globales entre ellas: "el rectángulo tiene un par de lados más largos". En cambio, "el cuadrado, tiene sus cuatro lados iguales y sus cuatro esquinas rectas". Además, no reconocen explícitamente las partes de que se componen las figuras ni sus propiedades matemáticas.

Estos presaberes se fueron confrontando con la experiencia constructiva en Cabri. El programa no tiene predeterminada una opción que incluya el cuadrado. Este se debe construir o generar a través de un conjunto de pasos o "macros". Para ello, se orientó su construcción con el propósito de diferenciar cuadrados de rectángulos a partir de sus propiedades inherentes.

A partir de un segmento, se trazan circunferencias que inician en sus extremos para determinar punto de intersección con las perpendiculares q a su vez pasan por estos. Finalmente, los segmentos son concatenados con la herramienta ***Polígono.***

El punto inicial del segmento es estirado para ver si aún sigue siendo cuadrado el polígono final. Una vez verificado la invariabilidad del cuadrado en la construcción se pasa a la macro del cuadrado (anexo 8). En este punto no se presentó dificultad alguna, pues los niños y niños son susceptibles al uso de la tecnología.

En un 60% tanto de niños como niñas de sexto 1, lograron hacer funcionar correctamente la macro del cuadrado. Esto es, dado dos puntos en el plano, se forma automáticamente el polígono correspondiente al cuadrado de lado predefinido.

Esta experiencia se contrasta con los Lineamientos Curriculares para el área de matemáticas, que plantean una geometría activa la cual parte de la "actividad del estudiante y su confrontación con el mundo" (MEN, 1998). Esta geometría activa, conlleva a "hacer cosas, de moverse, dibujar, construir, producir y tomar de estos esquemas operatorios el material para la conceptualización o representación interna" (MEN, 1998), razón por la cual, la geometría en la formación básica debe permitir la interacción de los conceptos geométricos con los preconceptos que trae el estudiante.

En este sentido, se tiene que la estrategia basada en las habilidades para identificar y describir con ayuda de una aplicación informática, jalonó el aprendizaje visual de los elementos descriptivos de un cuadrado y un rectángulo, en general. Aquí la variable sexo hasta ahora no se exclusiva, pues para niños y niñas la motivación, atención y concentración va en crecimiento por la experimentación con Cabri.

### 4.2.3 Revisión de Rombos y Paralelogramos.

Con el anexo 6 se viabilizó la visualización y descripción de los rombos y paralelogramos. Aquí, a través de la identificación de las características dadas en una variable (longitud, ángulos) se llevó a la gran mayoría de los estudiantes (80% de sexto grado 1) a definir la noción de rombo y paralelogramo. Dentro de sus preconcepciones, el rombo lo asocian con una cometa o barrilete que tiene sus varitas e ángulo recto. En realicen con el paralelogramo, expresaron que parece un rombo que tiene sus varitas en ángulos más pequeños.

Al pasar a la exploración con Cabri, dados dos segmentos a y b, llamados lados del paralelogramo, se proyectan con la herramienta <u>*Compas*</u> a partir de los extremos de sus lados para obtener los segmentos paralelos. Finalmente, con la opción <u>*polígono, se*</u> unen los segmentos.

Cuando los niños y niñas arrastran la figura se sorprenden que es un rectángulo. Llegando a expresar, que "un paralelogramo también es un rectángulo con los lados corridos hacia un lado". También llegan a compararlo con un cuadrado porque tiene sus cuatro lados iguales.

Cabe anotar que la visualización del rombo con Cabri, inició en la perpendicularidad de sus segmentos. Esto, con la herramienta <u>*Perpendicular*</u>.

El uso de circunferencias agradó a todos los estudiantes para transferir medidas y encontrar las paralelas.

Entre los descriptores del nivel 1 o reconocimiento visual, están:

- Utiliza expresiones imprecisas como "un cuadrito en el centro del barrilete" para los rombos.
- Reconoce los rombos como una figura geométrica de acuerdo a imágenes visuales de sus partes constitutivas: "sellado", "cruz en el centro", "lados iguales".

- Percibe los paralelogramos como objetos individuales que tienen inclinaciones iguales (no dicen ángulos).
- Identifica las partes constitutivas del paralelogramo (lados paralelos y ángulos), pero no establecen relaciones entre ellas.

Entre los descriptores de nivel 2 o de análisis, trabajados con la estrategia De Sánchez, M., y el uso pedagógico de Cabri, están:

Tabla 10. Tabulación Estrategia y uso de tecnología con Rombos y paralelogramos.

| Descriptores Nivel 1 de van Hiele | Estrategia van Hiele | Uso del Cabri |
|---|---|---|
| ▪ Describe las partes constitutivas del rombo (lados iguales, vértices, diagonales en ángulo recto). | El 100% de los estudiantes identificó el rombo por sus diagonales perpendiculares | Sólo un 80% identificó el rombo por sus lados iguales al utilizar la herramienta ***Distancia*** y ***longitud*** de Cabri. |
| ▪ Reconoce que el rombo depende de la longitud de sus lados. | Ninguno de los estudiante lo hizo | En la construcción del rombo con Cabri, se dieron cuenta que al deformar la figura crecían sus lados de manera que podían ser desiguales, obteniéndose un romboide. |
| ▪ Describe formalmente los componentes de un paralelogramo y rombo, utilizando adecuadamente el vocabulario usual. | La gran mayoría (90% de los niños y niñas describen con sus palabras a un rombo o un paralelogramo, usando analogías. | Al usar Cabri, son capaces de aumentar su vocabulario usando las herramientas como ***Perpendicular***, ***Paralela***, ***Transferir medidas***, ***Compas***, ***Circunferencia***.. |
| ▪ Reconoce el rombo y paralelogramo como representantes de familias parecidas | Con la estrategia los niños y niñas de sexto grado son capaces, en su mayoría (26 de 30) de identificar rombos y paralelogramos en diferentes posiciones y tamaños. | Con la herramienta **Polígono**, todos los estudiantes iniciaron dibujando rombos y paralogramos a clic sostenido, pero al deformarlos, se dieron cuenta que no mantenían la figura o forma base. |
| ▪ Describe la diferencia entre rombo y paralelogramo mediante el uso explícito de sus propiedades. | Una minoría (12 de 30) es capaz de explicitar abiertamente las propiedades de las figuras en lugar de referiré solo a sus nombres | Las construcciones geométricas de ambas figuras permitió a la mayoría (28 de 30) de los estudiantes, diferenciar de los que tienen un par (trapecios) y dos pares de lados paralelos paralelogramos). |
| ▪ Reconoce el rombo y paralogramos por sus nombres respectivos. | El 100% identifican en un grupo de cuadriláteros de diferentes tamaños, posiciones y colores de relleno. | A través de la herramienta ***Texto*** el 97% no confundió los nombres de las figuras en sus construcciones personales con Cabri (para PC). |
| ▪ Identifica cuatro ángulos interiores iguales dos a dos, en el rombo. | Sólo un 40% de los estudiantes incluyendo niños y niñas son capaces de expresar que existen dos pares de ángulos en el rombo. | La mayoría, usando las herramientas ***Marca de ángulo*** y ***Medida de ángulo***, verificaron los ángulos interiores. |
| ▪ Reconoce que las diagonales del rombo son también sus ejes de simetría. | El 100% de los estudiantes, a través de la observación directa y la experimentación doblando una hoja, lo lograron reconocer. | Dibujando un triángulo isósceles y un eje de simetría, junto con la herramienta |

Fuente: equipo investigador.

### 4.2.4. Rombos y Romboides.

La aplicación de la estrategia de visualización dada en el anexo 7, cuyo propósito es la diferenciación de rombos y romboides a partir de la exploración con Cabri, permitió develar preconceptos en los niños y niñas, entre los que se destacan:

“El romboide es un rombo desfigurado”. (Esteban, 12 años)

“Al trazar las diagonales con la escuadra no forman ángulo recto” (Jesús David, 11 años).

“Ambos son paralelogramos porque tiene sus lados frente a frente” (Lilian, 12 años)

Con la herramienta medida de ángulo, verifican si es recto o no. Si no lo es, expresan que es romboide. Es por tanto que la característica observable en la diferenciación de estos cuadriláteros (rombo y romboide) es la perpendicularidad de sus diagonales. Hasta el momento no se fijan en otras propiedades como ángulos, lados paralelos.

La totalidad de los niños y niñas diferencia solo a partir de este criterio.

### 4.2.5 Trapecios y paralelogramos.

Desde el anexo 9, se pudo identificar que uno de ellos tiene un par de lados que no son paralelos. Los estudiantes participan activa y con disciplina; el lenguaje verbal es coloquial, no limitado por los profesores.

En nivel 1, en este contexto, los niños y niñas en su totalidad dibujan usando regla y lápiz los rombos y romboides (primero dejando las diagonales en ángulo agudo u obtuso).

Tabla 11. Indicadores Nivel 2. Rombos y Romboides.

| Indicadores de Nivel 2. Análisis | Valoración |
|---|---|
| **Identifica que el rombo tiene sus diagonales perpendiculares, mientras que el romboide no.** | El 100% de los estudiantes lo reconoció satisfactoriamente con ayuda de la estrategia con habilidades de identificación y descripción y Cabri. |
| **Reconoce que tanto rombo como romboide son paralelogramos.** | El 100% lo identifican sin dificultad |
| **Describe con sus palabras que un romboide es un paralelogramo donde dos ángulos son iguales (agudos) y dos son obtusos e iguales** | Esto lo consiguen con apoyo de Cabri midiendo los ángulos interiores en su mayoría (80%). |

Fuente: equipo investigador.

Hasta este punto, Cabri Géomètre posibilita aspectos que con las guías no se consiguen con facilidad.

### 4.3 Sistematización de la Postprueba (anexo 2).

Después de un periodo académico en este entrenamiento, con el grupo sexto 1, se les aplicó la postprueba a ambos grupos, mientras que el otro permaneció intacto.

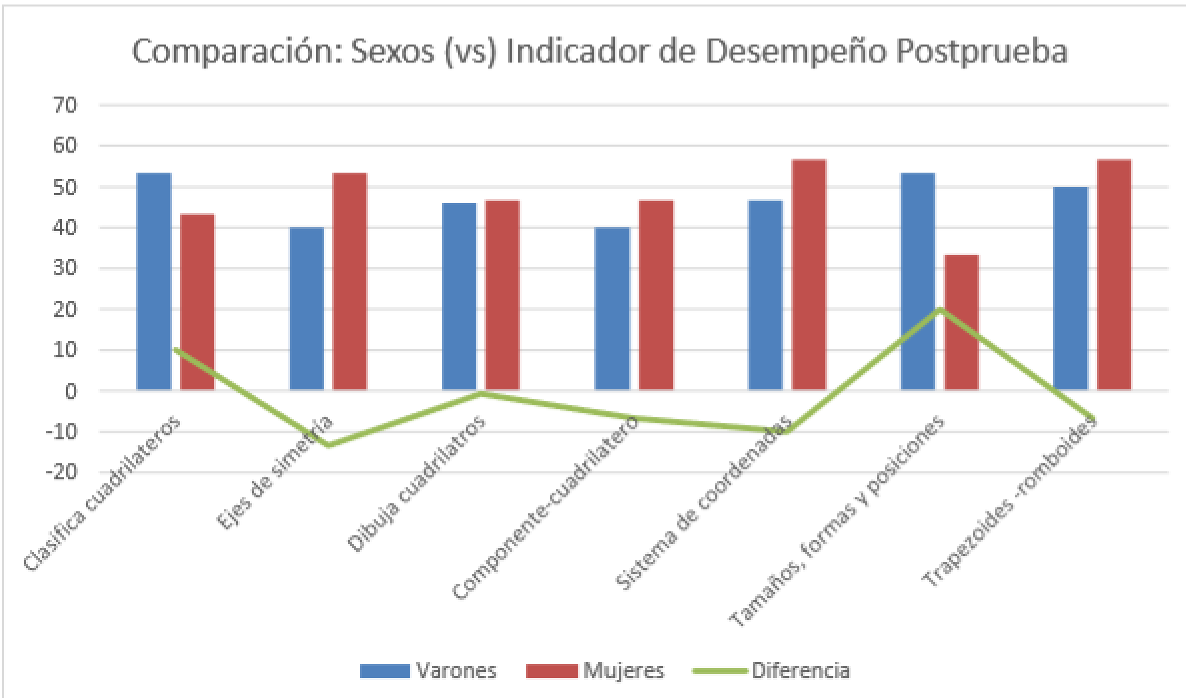
Tabla 12. Postprueba.

| Indicadores de Desempeño | % NIÑOS | % NIÑAS | EVALUACION |
|---|---|---|---|
| **Clasifica un conjunto de cuadriláteros de distintos tamaños y posiciones en aquellos que no tienen ángulos rectos (trapecios y trapezoides, rombos y romboides), dos ángulos rectos (trapecio y rectángulo) y cuatro ángulos rectos (rectángulos y cuadrados).** | 53.33%, respecto del grupo. | 43.33% | Aquí ocurrió que el desempeño es alto tanto para niños como niñas usando guías bajo el modelo van Hiele y la exploración de Cabri (ítems 7, 8, 17, 18, 19,22,24, 23, 25) |
| **Identifica ejes de simetría en cuadriláteros de distintas formas y los clasifican en aquéllos que tienen cero, uno, dos y cuatro ejes de simetría.** | 40.% | 53.33% | Con alto desempeño (83.33%) los estudiantes identifican ejes de simetrías en los cuadriláteros. Se verifica la necesidad de profundizar en estos contenidos con tecnología en primaria (ítem 11). Sólo un 16.67% presentó dificultad. |
| **Dibuja cuadriláteros a partir de características dadas, en papel cuadriculado y apoyándose en la regla y en la escuadra.** | 46% | 46.66% | Desempeño Alto. En relación con el dibujo geométrico los niños y niñas en su mayoría (83.33%) identificaron cuadriláteros usando regla, la escuadra y Cabri (14-17). Sólo el 10% tuvo dificultad en este ítem. |
| **Clasifica un conjunto de cuadriláteros de acuerdo con sus componentes (ángulos, lados) y características.** | 40% | 46.66% | Desempeño alto. La mayoría de los niños y niñas identificaron cuadriláteros (9, 10). |
| **Utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales.** | 46.6% | 56.66% | Solo una minoría (6.66%) presentó dificultades para ubicar parejas ordenadas en el plano. |
| **Clasifica un conjunto de cuadriláteros de distintos tamaños y posiciones, en aquéllos que tienen un par de lados paralelos (trapecios), que tienen dos lados paralelos (paralelogramos).** | 53.33% | 33.33% | La gran mayoría o 86.66% diferencian trapecios de paralelogramos. Con la ayuda de Cabri la visualización y el arrastre de las figuras, contribuyó a su satisfactoria diferenciación (ítems 9, 19,22). |
| **Clasifica un conjunto de cuadriláteros de distintos tamaños y posiciones, en aquéllos que tienen todos los lados iguales (cuadrado y rombo), todos los lados diferentes** | 50.% | 56.66% | Desempeño superior (96.66%), es decir, con ayuda del poder del arrastre de Cabri Géomètre se logró visualizar y explorar |

| | | |
|---|---|---|
| **(trapezoides) y dos pares de lados iguales (rectángulo y romboide).** | | cuadriláteros dependiendo de la congruencia entre sus lados. Con Cabri se logró marcar mejor las diferencias entre rombos y romboides mediante las herramientas medida de ángulos. |

Fuente: *equipo investigador*.

Gráfica 7. Post prueba.




Fuente: equipo investigador.

Con base en el grafico se observa un mejoramiento en la comprensión de los cuadriláteros. En este sentido, el uso de la tecnología favoreció la caracterización de los cuadriláteros a partir de algunas de sus propiedades (lados, ángulos). El grafico 7 muestra, además, que no hay un patrón constante entre la variable sexo, es decir, existen variaciones significativas entre niños y niñas: unos, unas veces igualan resultados, otras se sobrepasan de manera variable. Aquí el factor predominante fue el trabajo colaborativo entre unos y otros. Unos niños servían de mediadores entre las niñas o viceversa. En este punto, Vygotsky señala que el trabajo en la zona de desarrollo próximo, “ZDP”, posibilita la interacción del niño con el adulto o experto de manera que pueden accesar con mayor facilidad al reconocimiento de los cuadriláteros con ayuda de las guías fundadas en los niveles 1 y 2 de van Hiele y el uso de Cabri Géomètre. Cobra vital importancia la interacción para construir figuras valiéndose de paralelas, rectas auxiliares, y transposición de longitudes para la construcción de cuadriláteros bajo la guía del adulto o en colaboración con iguales más capaces.

Los resultados en la postprueba fueron satisfactorios, la mayoría con desempeños altos, en relación con la Prepueba que mostró muchas dificultades a la hora de reconocer cuadriláteros desde sus simetrías, ángulos y ubicación en el plano cartesiano.

Según la experticia del equipo investigador la variable “sexo” no condiciona el aprendizaje, pues, según la noción de ZDP, la perspectiva sociocultural lo posibilita en los niños y niñas a traves de los procesos de interacción social, de ayuda y soporte en el marco de los indicadores de desempeño trazados. Específicamente, el trabajo teniendo en cuenta los niveles de van Hiele y el uso de aplicaciones tecnológicas didácticas aportan el andamiaje pertinente.

Desde el constructivismo, el concepto de andamiaje implica la consideración de que no sólo la construcción del conocimiento es un proceso, sino también la mediación y ayuda pedagógica que se dan en la ZDP.

### 4.4. Análisis cuantitativo de los resultados.

Para verificar la normalización de las calificaciones obtenidas por los estudiantes tanto en el pretest como en el postest se aplicó la prueba Shapiro-Wilk.

La variable “Pensamiento geométrico”, corresponde a las calificaciones obtenidas por los estudiantes en las 2 pruebas aplicadas, después de haber sido sometidos a la estrategia didáctica basada en el modelo de Van Hiele y el software Cabri.

Los resultados son los siguientes:

*Ho: Las calificaciones del pretest se distribuyen de manera normal.*
*Hi: Las calificaciones del pretest no se distribuyen de manera normal.*

Shapiro-Wilk normality test

data: calificaciones pretest
W = 0.87866, p-value = 0.06

Los resultados de esta primera prueba nos muestra que el valor – P = 0.06≥ 005, por lo tanto la hipótesis nula “Ho: Las calificaciones obtenidas en el pretest se distribuyen de manera normal”, se acepta, luego con una significancia del 5%, las calificaciones de los estudiantes en el pretest se distribuyen de manera normal.

Shapiro-Wilk normality test

data:  calificaciones del postest
W = 0.85193, p-value = 0.07

Los resultados de la segunda prueba nos muestra que el valor $- P = 0.07 \geq 005$, por lo tanto la hipótesis nula nula “Ho: Las calificaciones del postest se distribuyen de manera normal”, se acepta, luego con una significancia del 5%, las calificaciones de los estudiantes en el postest se distribuyen de manera normal.

Debido a que las calificaciones de los estudiantes en las dos pruebas se distribuyen de manera normal y que los datos son pareados, se hace necesario aplicar una prueba paramétrica, para determinar si hay alguna relación de dependencia entre las calificaciones obtenidas por los estudiantes y la estrategia didáctica aplicada en la enseñanza de cuadriláteros. Estas dos pruebas se hicieron con el software R Studio.

Para ello, aplicamos una prueba t student, dónde las variables independientes y dependientes son:

**Variable Independiente:** Estrategia Didáctica Basada en el Modelo de Van Hiele y el software Cabri, para la enseñanza de la geometría en el grado sexto en la Intitución Educativa Gabriel García Márquez de Corozal.

**Variable Dependiente:** Pensamiento geométrico.

Para continuar con el análisis de los resultados se aplicaron pruebas de contraste paramétricas, en este caso las pruebas t de Student de contraste entre medias para muestras independientes y para muestras relacionadas. Todas las pruebas se hicieron con el Software SPSS 23.

### 4.4.1. Análisis cuantitativo del Pretest.

Hipótesis:

**Ho:** La media de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo experimental es igual a la media de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo control.

**Ha:** La media de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo experimental es mayor a la media de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo control.

En las tablas 13, 14 y 15 se presentan los resultados de la aplicación de la prueba t para la igualdad de medias del Pretest.

Tabla 13. Estadísticas de grupo en el Pretest.

| Estadísticas de grupo | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Grupos objeto de investigación | N | Media | Desviación estándar | Media de error estándar |
| Puntajes obtenidos en la prueba | Grupo Experimental | 30 | 15,13 | 3,213 | ,587 |
| | Grupo Control | 30 | 16,00 | 3,620 | ,661 |

Fuente: Equipo investigador.

Tabla 14. Prueba Levene de igualdad de varianzas para el Pretest.

| | | Prueba de Levene de igualdad de varianzas | |
|---|---|---|---|
| | | F | Sig. |
| Puntajes obtenidos en la prueba | Se asumen varianzas iguales | ,037 | ,849 |

Fuente: Equipo investigador.

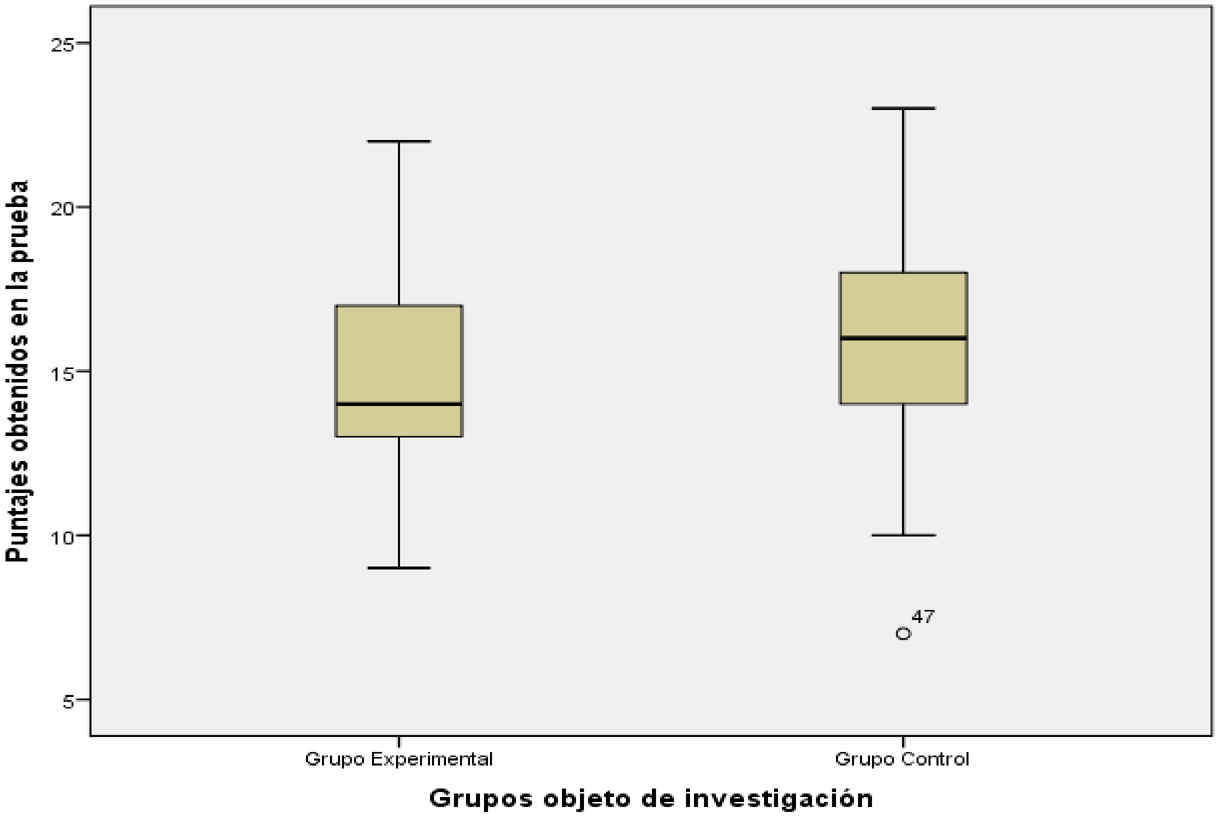
Tabla 15. Prueba de muestras independientes en el Pretest.

| **Prueba de muestras independientes** | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **prueba t para la igualdad de medias** | | | | | | |
| **t** | gl | Sig. (bilateral) | Diferencia de medias | Diferencia de error estándar | 95% de intervalo de confianza de la diferencia | |
| | | | | | Inferior | Superior |
| **-,981** | 58 | **,331** | -,867 | ,884 | -2,636 | ,902 |

Fuente: Equipo investigador.

Como el valor p es mayor a 0,05 no se rechaza la hipótesis nula de igualdad de las medias entre los puntajes obtenidos por los estudiantes de los grupos experimental y control, en la prueba inicial (PRETEST). Por tanto, no se tienen suficientes evidencias para establecer que los desempeños de los estudiantes de los grupos experimental y control en la prueba inicial sean distintos. Esto muestra que el nivel de desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes de los grados 6º1 y 6º2 de la Institución Educativa Gabriel García Márquez de Corozal no tiene diferencias significativas. En la gráfica 8 se muestran estos resultados.

Grafica 8. Puntajes obtenidos en el Pretest.




Fuente: Grupo de Investigación.

### 4.4.2. Análisis cuantitativo del Postest.

Hipótesis:

**Ho:** La media de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo experimental es igual a la media de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo control.

**Ha:** La media de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo experimental es mayor a la media de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo control.

En las tablas 16, 17 y 18 se presentan los resultados de la aplicación de la prueba t para la igualdad de medias del Postest.

Tabla 16. Estadísticas de grupo en el Postest.

| Estadísticas de grupo | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Grupos objeto de investigación | N | Media | Desviación estándar | Media de error estándar |
| Puntaje obtenido en la prueba | Grupo Experimental | 30 | 22,07 | 2,303 | ,421 |
| | Grupo Control | 30 | 20,37 | 3,045 | ,556 |

Fuente: Grupo de investigación.

Tabla 17. Prueba de Levene de igualdad de varianzas del Postest.

| | | Prueba de Levene de igualdad de varianzas | |
|---|---|---|---|
| | | F | Sig. |
| Puntaje obtenido en la prueba | Se asumen varianzas iguales | 4,720 | ,034 |

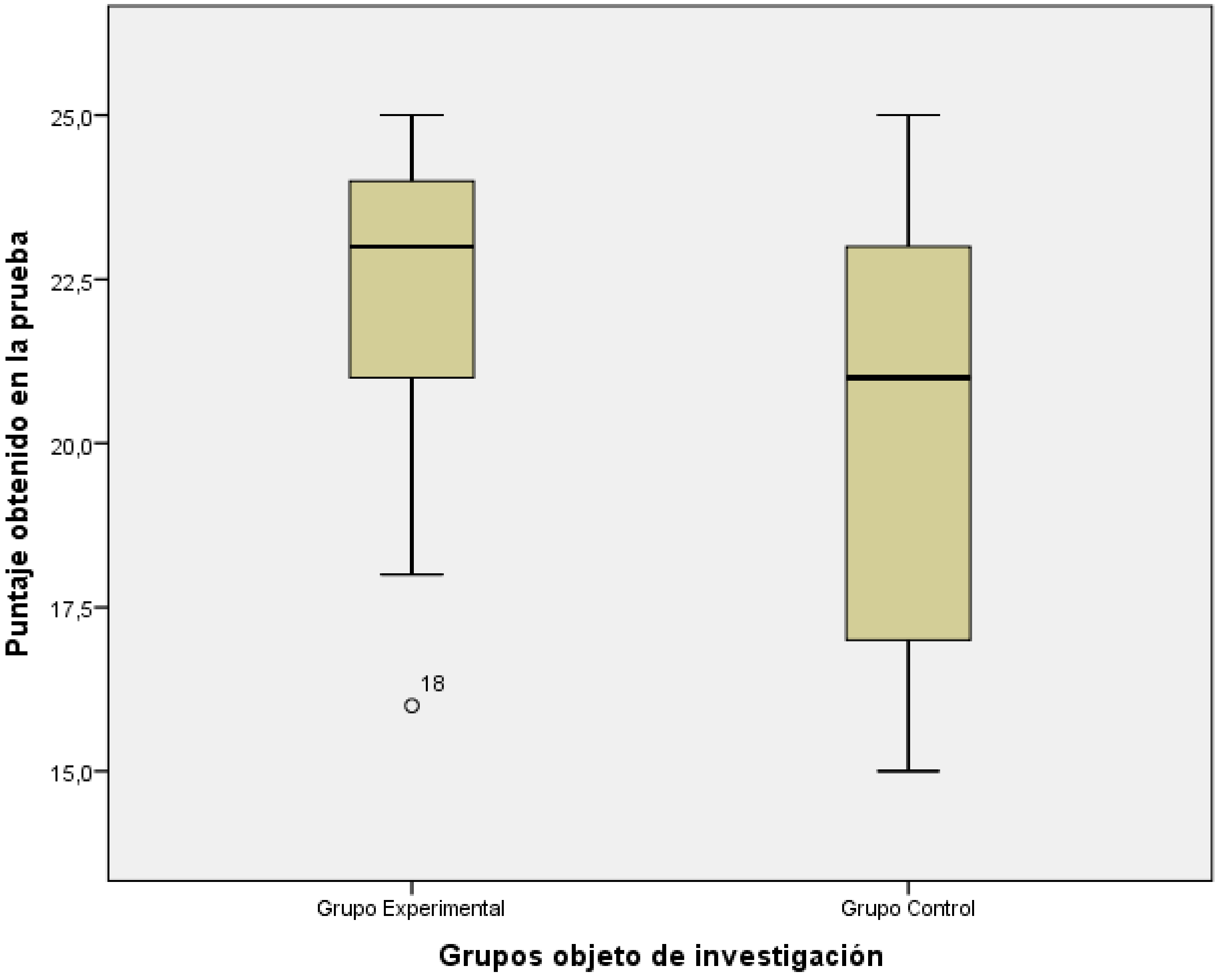
Tabla 18. Prueba de muestras independientes para el Postest.

| **Prueba de muestras independientes** | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| prueba t para la igualdad de medias | | | | | | |
| | | | | | 95% de intervalo de confianza de la diferencia | |
| t | gl | Sig. (bilateral) | Diferencia de medias | Diferencia de error estándar | Inferior | Superior |
| 2,439 | 58 | **,018** | 1,700 | ,697 | ,305 | 3,095 |

Fuente: Grupo de investigación.

Como el valor p es menor a 0,05 se rechaza la hipótesis nula de igualdad de las medias entre los puntajes obtenidos por los estudiantes de los grupos experimental y control, en la prueba inicial (PRETEST). Por tanto, hay evidencias suficientes para afirmar que el desempeño de los estudiantes del grupo experimental fue mejor en comparación con el desempeño de los estudiantes del grupo control. De acuerdo con lo anterior, el nivel de desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes del grado 6º1 fue mejor con el empleo del software Cabri, con respecto a los estudiantes del grado 6º2 que no usaron el software Cabri en el aprendizaje de los cuadriláteros, en la Institución Educativa Gabriel García Márquez de Corozal. En la gráfica 9 se muestran estos resultados.

Grafica 9. Puntajes obtenidos en el Postest.




Fuente: Grupo de investigación.

### 4.4.3. Análisis cuantitativo del grupo experimental.

Hipótesis:

**Ho:** La media de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo experimental en la prueba inicial es igual a la media de los puntajes obtenidos por los estudiantes en la prueba final.

**Ha:** La media de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo experimental en la prueba inicial es menor a la media de los puntajes obtenidos por los estudiantes en la prueba final.

En las tablas 19 y 20 se presentan los resultados de la aplicación de la prueba t para muestras emparejadas, para el análisis cuantitativo del grupo experimental.

Tabla 19. Estadísticas de muestras emparejadas para el grupo experimental.

| Estadísticas de muestras emparejadas | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Media | N | Desviación estándar | Media de error estándar |
| | Puntaje prueba pretest grupo experimental | 15,13 | 30 | 3,213 | ,587 |
| | Puntaje prueba postest grupo experimental | 22,07 | 30 | 2,303 | ,421 |

Fuente: Grupo de investigación.

Tabla 20. Prueba de muestras emparejadas para el grupo experimental.

| Prueba de muestras emparejadas | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Diferencias emparejadas | | | | | t | gl | Sig. (bilateral) |
| | Media | Desviación estándar | Media de error estándar | 95% de intervalo de confianza de la diferencia | | | | |
| | | | | Inferior | Superior | | | |
| Puntaje prueba pretest grupo experimental - Puntaje prueba postest grupo experimental | -6,933 | 4,076 | ,744 | -8,455 | -5,411 | -9,316 | 29 | **,000** |

Fuente: Grupo de investigación.

Como el valor p es menor a 0,01 se rechaza la hipótesis nula de igualdad de las medias entre los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo experimental en las pruebas inicial y final, esto es, hay evidencias suficientes para afirmar que la estrategia implementada en la enseñanza de los cuadriláteros con el uso del software Cabri y el modelo de Van Hiele, mejoró los desempeños de los estudiantes del grupo experimental.

### 4.4.4. Análisis cuantitativo del grupo control.

Hipótesis:

**Ho:** La media de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo control en la prueba inicial es igual a la media de los puntajes obtenidos por los estudiantes en la prueba final.

**Ha:** La media de los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo control en la prueba inicial es menor a la media de los puntajes obtenidos por los estudiantes en la prueba final.

En las tablas 21 y 22 se presentan los resultados de la aplicación de la prueba t para muestras emparejadas, para el análisis cuantitativo del grupo control.

Tabla 21. Estadísticas de muestras emparejadas para el grupo control.

| Estadísticas de muestras emparejadas | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Media | N | Desviación estándar | Media de error estándar |
| | Puntaje prueba pretest grupo control | 16,00 | 30 | 3,620 | ,661 |
| | Puntaje prueba postest grupo control | 20,37 | 30 | 3,045 | ,556 |

Fuente: Grupo de investigación.

Tabla 22. Prueba de muestras emparejadas para el grupo control.

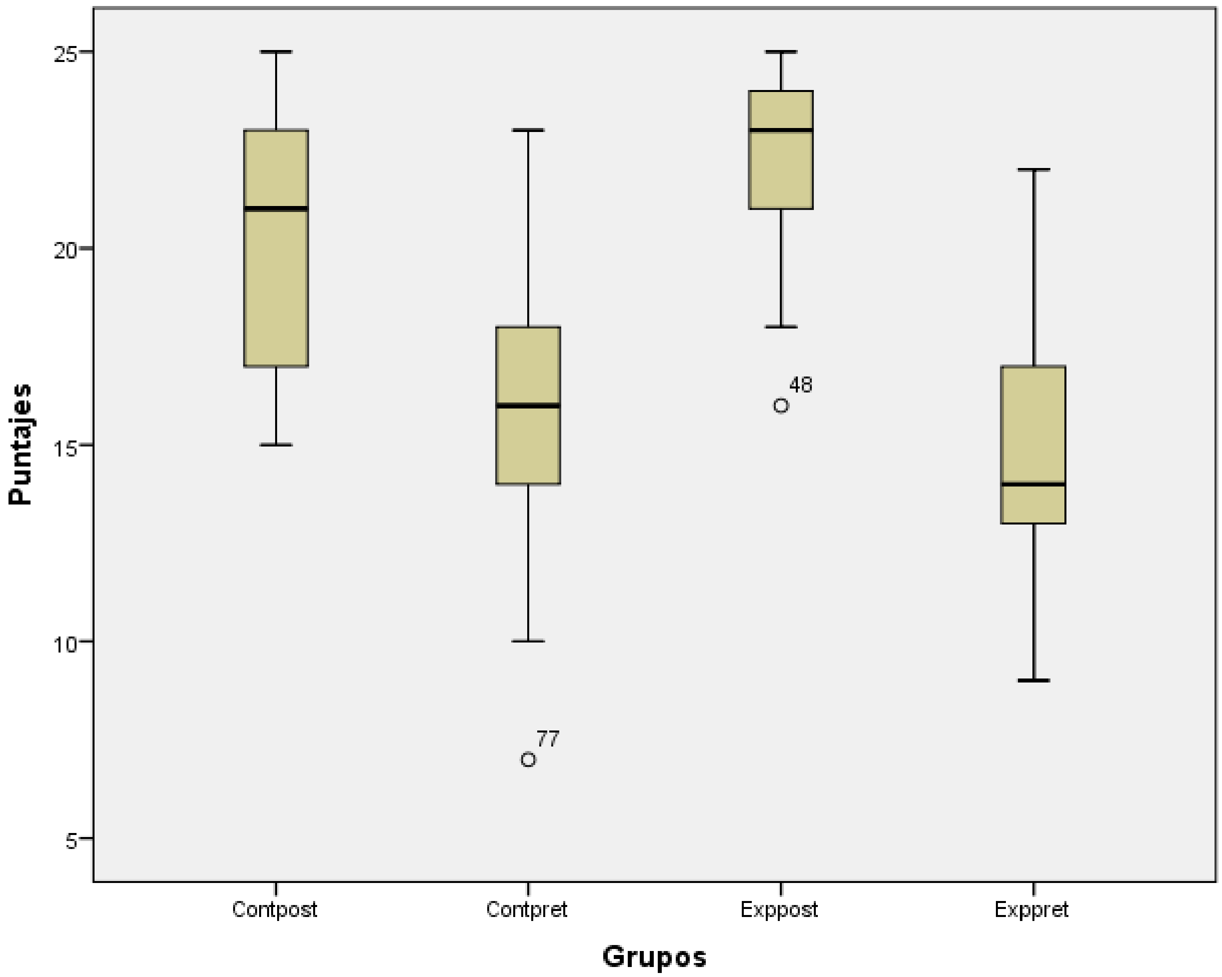
| Prueba de muestras emparejadas | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Diferencias emparejadas | | | | | t | gl | Sig. (bilateral) |
| | Media | Desviación estándar | Media de error estándar | 95% de intervalo de confianza de la diferencia | | | | |
| | | | | Inferior | Superior | | | |
| Puntaje prueba pretest grupo control - Puntaje prueba postest grupo control | -4,367 | 5,216 | ,952 | -6,314 | -2,419 | -4,585 | 29 | **,000** |

Fuente: Grupo de investigación.

Como el valor p es menor a 0,01 se rechaza la hipótesis nula de igualdad de las medias entre los puntajes obtenidos por los estudiantes del grupo control en las pruebas inicial y final, esto es, hay evidencias suficientes para afirmar que los desempeños de los estudiantes del grupo control mejoraron con las actividades tradicionales realizadas en sus clases.

En la gráfica 10 se muestran los resultados obtenidos por los estudiantes de los grupos experimental y control en la aplicación del pretest y postest.

Grafica 10. Puntajes obtenidos por los grupos experimental y control en el pretest y postest.




Fuente: Grupo de investigación.

Del análisis cuantitativo de los resultados se pueden inferir las siguientes consideraciones:

La aplicación de la prueba inicial en los estudiantes de grado 6º1 y 6º2 de la Institución Educativa Gabriel García Márquez evidenció que no existen diferencias significativas en el nivel de desarrollo del pensamiento geométrico entre estos dos grupos. (Tabla 13).

El nivel de desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes de grado 6º1 fue mejor con el empleo del software Cabri y el modelo de Van Hiele, respecto a los estudiantes del grado 6º2 que recibieron sus clases con estrategias didácticas tradicionales en la Institución Educativa Gabriel García Márquez de Corozal. (Tabla 16).

Los estudiantes de grado 6º1 de la Institución Educativa Gabriel García Márquez de Corozal, mejoraron su desempeño en gran medida en geometría, en el tema de cuadriláteros, al desarrollar sus procesos de enseñanza y aprendizaje utilizando el software Cabri y el modelo de Van Hiele (Tablas 20 y 21).

Los estudiantes de grado 6º2 mejoraron su desempeño, a pesar de realizar sus clases en el tema de cuadriláteros de manera tradicional, aunque este avance no fue tan notorio, como el presentado por el grado 6º1 que recibieron sus clases con el apoyo del software Cabri y el modelo de Van Hiele. (Tablas 19 y 21).

# 5. Conclusiones

Algunas conclusiones y observaciones se explicarán alrededor de la pregunta y objetivos planteados al inicio de este estudio.

¿Cuál es la incidencia de estrategias didácticas que aplican el uso de programas computacionales y el modelo de Van Hiele en el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Gabriel García Márquez de Corozal?

Los resultados arrojados en esta investigación, en efecto, evidencian que los estudiantes mejoraron sus desempeños en el aprendizaje de los cuadriláteros con el uso de programas computacionales y el modelo de Van Hiele. El uso de la tecnología fue un valor agregado importante, los estudiantes tuvieron mayor interés y se mostraron participativos y comprometidos con su aprendizaje. En este sentido, es preciso aclarar que, la motivación es un factor importante dentro de la enseñanza y aprendizaje, la "motivación que se suscita en el alumno, es una garantía indirecta de la implicación personal en el aprendizaje, generación de actitudes positivas y de continuidad de los efectos previsibles" (Gimeno, 1998).

El modelo de Van Hiele se convirtió en un instrumento válido para medir el avance que tuvieron los estudiantes en el aprendizaje de los cuadriláteros, transitando desde el nivel de visualización, nivel de análisis, hasta el nivel de deducción informal, a partir del reconocimiento de estas figuras, sus propiedades, elementos y relaciones entre los distintos tipos de cuadriláteros.

En la prueba inicial no se evidenciaron diferencias significativas en el nivel del pensamiento geométrico de los estudiantes de los grados 6º1 y 6º2 de la Institución Educativa Gabriel García Márquez de Corozal. El puntaje promedio del primer grupo fue de 15,3 (61.2%) y del segundo grupo de 16 (64 %), sobre un total de 25 (100%). Los puntajes promedios obtenidos denotan un desempeño básico de los estudiantes, de acuerdo con la escala de avaluación nacional establecida en el decreto 1290 del Ministerio de Educación Nacional.

Del análisis cualitativo de la preprueba se deduce que las principales falencias estaban en: Identificar los ejes de simetría en los cuadriláteros de distintas formas (46.15% niños y 57.14% niñas) y en la clasificación de un conjunto de cuadriláteros de distintos tamaños y posiciones. En aquellos que tienen todos los lados iguales (cuadrado y rombo), todos los lados diferentes (trapezoides y dos pares de lados iguales (rectángulo y romboide). (34.61% niños y 41.17% niñas).

La intervención se realizó en siete etapas, que fueron las siguientes: diseño y validación del pretest (primer trimestre 2015), aplicación del pretest (segundo trimestre 2015), diseño de estrategias didácticas para la enseñanza de cuadriláteros (tercer trimestre 2015), desarrollo de estrategias didácticas (cuarto trimestre 2015), diseño del postest (primer trimestre 2016), aplicación del postest (segundo trimestre 2016), análisis de resultados (tercer trimestre 2016).

Los resultados arrojados por la prueba final mostraron que hay evidencias suficientes para afirmar que el desempeño de los estudiantes del grupo experimental fue mejor en comparación con el desempeño de los estudiantes del grupo control. El nivel de desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes del grado 6º1 fue mejor con el empleo del software Cabri, con respecto a los estudiantes del grado 6º2 que no usaron el software Cabri en el aprendizaje de los cuadriláteros, en la Institución Educativa Gabriel García Márquez de Corozal. El puntaje promedio del grado 6º1 fue de 22.07 (88.28%) y el puntaje promedio del grado 6º2 fue de 20.37 (81.48%). En ambos casos se obtuvo un desempeño promedio alto, de acuerdo con el decreto 1290 del Ministerio de Educación Nacional. Frente a estos resultados, se puede inferir que el pensamiento geométrico de los estudiantes de grado sexto se potenció al aplicar estrategias didácticas que emplearon el modelo de Van Hiele y el software cabri en el aprendizaje de cuadriláteros.

En conclusión, se puede afirmar que los resultados en la postprueba fueron satisfactorios, la mayoría con desempeños altos, en relación con la prepueba que mostró muchas dificultades a la hora de reconocer cuadriláteros desde sus simetrías, ángulos y ubicación en el plano cartesiano.

Los estudiantes de grado 6º2 mejoraron su desempeño, a pesar de realizar sus clases en el tema de cuadriláteros de manera tradicional, aunque este avance no fue tan notorio, como el presentado por el grado 6º1 que recibieron sus clases con el apoyo del software Cabri y el modelo de Van Hiele. El avance porcentual en el desempeño promedio del grupo control fue del 17% (paso de un 64% en la prueba inicial a un 81.48% en la prueba final) , en cambio el avance del grupo experimental fue del 27.08% (paso de un 61.2% en la prueba inicial a un 88.28% en la prueba final).

Relacionados con los aportes teóricos se puede concluir que el Modelo de Van Hiele es un referente válido para determinar el nivel de desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes, transitando por los niveles de visualización, análisis, deducción informal, deducción formal y rigor. Estos niveles tienen un orden que no se puede alterar lo que es implícito en un nivel se convierte en explícito en el siguiente nivel. Otra característica que presenta este modelo está relacionado con "el lenguaje" específico para cada nivel. La progresión en y entre los niveles va muy unida a la mejora del lenguaje matemático necesario en el aprendizaje. No sé trata sólo de adquirir conocimientos matemáticos sino también mejoras y ampliar las capacidades referidas al lenguaje necesario en cada nivel. (Fouz y de Donosti, 2013).

El software Cabri Géomètre es uno de los programas de geometría dinámica con una serie de características que lo han ido convirtiendo en un recurso muy especial para las clases de matemáticas de todos los niveles. Puede ser utilizado tanto para construcciones elementales como en otras mucho más complejas en las que intervengan multitud de objetos entrelazados. Para el diseño de las actividades el cabri se empleó en los talleres para automatizar algunas contrucciones como el caso de la macro del cuadrado, de igual modo en la verificación de propiedades de trapecios y paralelogramos, en este sentido, su potencial va mucho más allá de generar fluidez algorítmica en los estudiantes para desarrollar una fluidez conceptual, estableciendo relaciones entre los distintos tipos de cuadriláteros e identificando sus características y las propiedades representativas de cada uno de ellos.

El programa Cabri hace posible manipular y transformar figuras geométricas, así como visualizar conjuntos de puntos de muy diversa naturaleza, explorar sus propiedades y realizar construcciones geométricas que creen relaciones entre objetos. El software está diseñado para que cuando los objetos básicos se desplacen, se conserven las relaciones definidas entre ellos, de modo que es posible observar de forma continua las modificaciones experimentadas por la figura y las características invariantes de los objetos básicos. (Bohorquez, 2004)

Otro de los referentes teóricos empleados en este estudio, están relacionados con los principios constructivistas, que caracterizan el aprendizaje como un proceso que ocurre en quien aprende, debido a su propia acción en contexto y con los demás. Para Piaget (1970) el aprendizaje es un proceso que ocurre en la interacción de quien aprende con los objetos y con el medio. Vygotsky (1978) también considera el aprendizaje como un proceso, pero para él éste ocurre en la interacción del sujeto con otros, con el lenguaje y los objetos como mediadores. Esto es, presenta al ser humano como un aprendiz social. Llama al potencial de desarrollo mediante la interacción con los demás Zona de Desarrollo Próximo y la define como la distancia entre la capacidad real de resolver independientemente un problema y la potencial de resolver otros en colaboración de socios de aprendizaje más avanzados (Vygotsky, 1978). Se aprende, entonces, bajo la guía de un adulto o en colaboración con iguales más capaces. (Bohórquez, 2004).

La enseñanza de la geometría desde el modelo de Van Hiele, está orientada desde de la perspectiva constructivista, porque incorpora la idea que el alumno participa activamente en la construcción de su propio conocimiento. También, permite conocer cómo evoluciona el razonamiento geométrico, ello posibilita al docente ayudar a sus estudiantes a mejorar su aprendizaje.

## 6. Recomendaciones y Sugerencias

Esta investigación permitió develar la idea que el desarrollo del pensamiento geométrico-espacial con el modelo de Van Hiele con el apoyo tecnológico son complementarios. Por tanto, este escenario de estrategias de manera conjunta potencia en gran medida el desarrollo del pensamiento geométrico, esto para los niveles 1,2 y 3.

La asociación entre Van Hiele y programas de geometría dinámica se convierten en potenciadores de los ámbitos procedimentales y actitudinales de los estudiantes, ya que el trabajo posibilita la colaboración, la puesta en común, la mediación simétrica y el desarrollo de las competencias ciudadanas. Los resultados de esta investigación constituyen un punto de referencia para futuros estudios que se realicen en esta línea del desarrollo del pensamiento geométrico en entornos dinámicos de aprendizaje con el apoyo de tecnologías informáticas y computacionales.

Con respecto a la variable sexo no se marcan diferencias (gráficos 3 y 4) que puedan etiquetar el desempeño de los niños frente a las niñas o viceversa. En este sentido, el sexo no determina la comprensión de los cuadriláteros, más bien el grado de interacción usando instrumentos o herramientas facilitadores de motivación, concentración y atención (como PC, Tabletas) y una buena mediación.

De manera complementaria, el uso de estrategias basadas en el modelo de Van Hiele junto con herramientas tecnológicas maximiza el aprendizaje de los objetos geométricos, en particular para los que están en la transición del pensamiento concreto al formal. Algunas de la recomendación *ad hoc* implican capacitación del maestro en aplicaciones didácticas que posibiliten la fluidez conceptual (ampliar su vocabulario técnico-geométrico) y la algorítmica (utilizar los algoritmos de las aplicaciones para ponerlas al servicio de la resolución de problemas) satisfactoria y significativa.

Con esta investigación, se abren las puertas a otros estudios que quieran incursionar en el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes, no solamente con el tratamiento de estrategias didácticas con el modelo de Van Hiele y el software Cabri, sino con otros tipos de tratamientos que se consideren pertinentes y afecten e inciden en el avance de los niveles de conocimiento de los estudiantes en el campo de la geometría.

## Referencias


Abrate, R., Delgado, G., y Pochulu, M. (2003). *Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de matemáticas*. Universidad Nacional de Villa María. Córdoba, Argentina.

Almeida., M (2002). *Desarrollo profesional docente en geometría. Análisis de un proceso de formación a distancia*. Barcelona. Recuperado de https://www.uv.es/aprengeom/archivos2/Almeida02.pdf

Arias, P., Merino, M., y Peralvo, C. (2017). *Análisis de la Teoría Psicogenética de Jean Piaget: Un aporte a la discusión.* Revista Científica Dominio de las Ciencias. Recuperado de https://dominiodelasciencias.com/ojs/index.php/es/article/view/508/pdf

Bravo, G., Loor, M., y Saldarriaga, P. (2017). *Las bases psicológicas para el desarrollo del aprendizaje autónomo*. Revista Científica Dominio de las Ciencias.

Baltrametti, M. (2003). *Determinación de los niveles de pensamiento geométrico según la Teoría de Van Hiele en estudiantes de profesorado de matemáticas al inicio de un curso de Geometría Métrica*. Universidad Nacional del Nordeste de Argentina, Corrientes. Argentina.

Barraza (2007). *La consulta a expertos como estrategia para la recolección de evidencias basadas en el contenido*. Universidad de Durango. México. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2358908

Barreto, D., y Serrano, L. (2003*). Resolución ecuaciones de segundo grado utilizando modelos geométricos de áreas*. Universidad de Sucre, Facultad de Educación y Ciencias.

Bohórquez, L. (2004). *Sobre las formas efectivas de incorporar el software Cabri en la enseñanza de conceptos geométricos en el bachillerato*. Revista de Estudios Sociales. Diciembre 2004. Recuperado de file:///C:/Users/HP/Downloads/revestudsoc-24373.pdf

Boix, R. (1995). *Estrategias y recursos didácticos en la escuela rural*. GRAO. Barcelona.

Cantoral, R. (2008). *Desarrollo del pensamiento matemático*. Editorial Trillas. México.

Castiblanco, A. (2004). *Seminario Incorporación de las nuevas tecnologías computacionales al currículo de la educación básica y media de Colombia*. Ministerio de Educación Nacional.

Chaucanes, E., Therán, E., y Escorcia, J. (2006). *Estrategias didácticas para potenciar el pensamiento variacional*. Universidad de Sucre. */ Janeiro-Abril 2007* Número 43: Enero-Abril /

De Guzmán, M. (2004). Revista Iberoamericana de Educación. OEI, Número 43: Enero-Abril/*Janeiro-Abril 2007.*

Departamento Nacional de Planeación. (2006). *Visión Colombia II Centenario 2019*. Recuperado de https://archivo.cepal.org/pdfs/GuiaProspectiva/visionColombiaIIcentenario_2019comple.pdf

De Sánchez, M. (1995), *Desarrollo de Habilidades de Pensamiento; procesos básicos del pensamiento*. México: 2ªEd. Trillas, ITESM.

De Sánchez, M. (1998). *Desarrollo de habilidades de Pensamiento*. Editorial Trillas.

Díaz, F., y Hernández, G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. Mc Graw Hill. Recuperado de http://formacion.sigeyucatan.gob.mx/formacion/materiales/4/4/d1/p1/2.%20estrategias-docentes-para-un-aprendizaje-significativo.pdf

Dongo, A. (2008). *La teoría del aprendizaje de Piaget y sus consecuencias para la praxis educativa.* Revista IIPSI. Recuperado de https://es.scribd.com/document/104490755/TEORIA-DEL-APRENDIZAJE-DE-PIAGET-Y-SUS-CONSECUENCIAS-PARA-LA-PRAXIS-EDUCATIVA

Edunexos. (2019). *Maestría en Educación SUE Caribe. Líneas de investigación*. Recuperado de https://www.edunexos.edu.co/maestriaeducacion/lineas/

Espitia, N. (2018). *Impacto del uso de entornos tecnológicos móviles en el aprendizaje de las matemáticas en educación media*. Tesis de maestría. SUE Caribe, Universidad de Córdoba, Colombia. Recuperado de https://www.edunexos.edu.co/T_grado_Unicordoba/09_COHORTE/ESPITIA_N.pdf

Feltrero, R. (2013). *Cognición y valores en el diseño, uso y aplicación de las Tecnologías Computacionales como tecnologías cognitivas*. Tesis doctoral. UNED, Madrid. Recuperado de http://e-spacio.uned.es/fez/eserv/tesisuned:Filosofia-Rfeltrero/Documento.pdf

Fouz, F., y De Donosti, B. (2013). *Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría*. Recuperado de http://www.xtec.cat/~rnolla/Sangaku/SangWEB/PDF/PG-04-05-fouz.pdf

Fuentes, N., & Portillo, I. (2015). *Desarrollo de los niveles de razonamiento geométrico según el modelo de Van Hiele de estudiantes de 7 grado de la I.E. San José de Carrizal*. Tesis de maestría. SUE Caribe, Universidad de Córdoba, Colombia.

Gimeno, J (1998). *Comprender y transformar la enseñanza.* Edición 7ª, J. Gimeno Sacristán y A. Pérez Gomes (compos) Morata.

Gamboa, R., y Vargas, G. (2013). *El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría*. Uniciencia, Vol. 27 Nº 1, enero – junio. Recuperado de https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/4944/4738

Gobernación del Departamento de Sucre. (2.016). *Plan de Desarrollo Departamental de Sucre 2.016 – 2019*. Recuperado de http://sucre.micolombiadigital.gov.co/sites/sucre/content/files/000023/1140_plan-departamental-de-desarrollo-20162019.pdf

Goncalves, R., (2006). *¿Por qué los estudiantes no logran un nivel de razonamiento en la geometría?* Universidad de Carabobo, Venezuela.

González, A., y Vilchez, N. (2000). *Enseñanza de la geometría con recursos multimedia*. Recuperado de http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/nvilchez/ART1-%20TESIS.pdf

Gonzato, M., Díaz, G., J. y Neto, T. (2011). *Evaluación de conocimientos didáctico-matemáticos sobre la visualización de objetos tridimensionales*. En: Educación Matemática, vol. 23, núm. 3, pp. 5-37.

Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2006). *Metodología de la Investigación*. Mac Graw Hill. Recuperado de https://es.scribd.com/doc/38757804/Metodologia-de-La-Investigacion-Hernandez-Fernandez-Batista-4ta-Edicion#download

Jiménez, L., Rivero, R., y Montes, S. (2005). *Experiencia investigativa sobre el Teorema de Pitágoras: Un reporte con la geometría dinámica.* Tesis de pregrado, Universidad de Sucre, Sincelejo, Colombia.

Lastra, S. (2005). *Propuesta Metodológica de Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría, aplicada en escuelas críticas*. Universidad de Chile. Santiago de Chile.

Ledesma, R., Molina, G., y Valero, P. (2002). *Análisis de la consistencia interna mediante Alfa Cronbach: Un programa basado en gráficos dinámicos*. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/255619214_Analisis_de_consistencia_interna_mediante_Alfa_de_Cronbach_un_programa_basado_en_graficos_dinamicos

López, J. (2003). La integración de las TIC en matemáticas. Eduteka. Recuperado de: http://eduteka.icesi.edu.co/articulos/Editorial18

Martín, A. (2003). Citado en Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 16815653)

Meza, L. (1998). *Estrategias didácticas para el desarrollo de procesos de enseñanza aprendizaje de la matemática asistida por computadora*. Ponencia en el “Taller Enseñanza de la matemática asistida por computadora”. Instituto Tecnológico de Costa Rica, Sede Regional San Carlos.

Ministerio de Educación Nacional. (2009). *Decreto 1290 de 2009*. Recuperado de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-187765_archivo_pdf_decreto_1290.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencia matemática.* Recuperado de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas.* Recuperado de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2004). *Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales.* Recuperado de https://www.academia.edu/28152263/Pensamiento_geometrico_y_tecnologia

Ministerio de Educación Nacional. (2000). *Proyecto: Incorporación de Nuevas Tecnologías al currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia".*

Ministerio de Educación Nacional. (2017). *Plan Nacional Decenal de Educación 2016 – 2026*. Recuperado de http://www.plandecenal.edu.co/cms/images/PLAN%20NACIONAL%20DECENAL%20DE%20EDUCACION%202DA%20EDICION_271117.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2010). *Plan Sectorial 2010 – 2014. Documento 9*. Recuperado de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-293647_archivo_pdf_plansectorial.pdf

Ministerio de las TIC. (2009). Ley 1341 de 2009. Recuperado de https://www.mintic.gov.co/portal/604/articles-3707_documento.pdf

Mora, J., y Martin, M. (2009). *Implicación de la psicología de Lev S. Vygostky en la concepción de la inteligencia.* Revista Historia de la Psicología.

Moreno, L. (2000). *Fundamentación cognitiva del currículo de matemáticas*. Cinvestav. México. Recuperado de http://cmap.upb.edu.co/rid=1ND6YTVF3-12QYTXB-LWK/aprendizaje_cognitivo.pdf

Portal Educativo. (2011). *Conectando neuronas. Cuadrado y rombo - Rectángulo y romboide. Actividad Nª 526.* Recuperado de https://www.portaleducativo.net/quintobasico/526/Cuadrado-y-rombo-rectangulo-y-romboide

Ojeda, B., y Medina, B. (2003). *Cómo justificar en Geometría.* UNAM. México.

Piaget, J. (1967). *Biologie et connaissance: Essai sur les relations entre les régulations organiques et les processus cognitifs*. Gallimard: Paris — Biology and Knowledge. Chicago University Press; y Edinburgh University Press.

PREAL. (2001). *Quedándonos atrás. Un informe del progreso educativo de América Latina*. Comisión Internacional sobre Educación, Equidad y Competitividad Económica en América Latina. Santiago de Chile: CINDE -Inter-American Dialogue.

Proenza, Y. (2002). *La enseñanza de la matemática y su impacto en el desarrollo del pensamiento de los escolares primarios: Un modelo didáctico de estimularlo*. I.C.C.P. de la Habana, Cuba.

Programa de Evaluación Internacional de Estudiantes. (2012). *PISA*. OCDE. Recuperado de https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA2012_Overview_ESP-FINAL.pdf

Racero, I. (2017). *La reproducibilidad: Diseño de situaciones didácticas en la enseñanza del sistema geométrico*. Tesis de maestría. SUE Caribe. Universidad de Córdoba. Colombia. Recuperado de https://www.edunexos.edu.co/T_grado_Unicordoba/08_COHORTE_G2/Racero_Mendez_I.pdf

Raffino, M. E. (2018). *Concepto.de*. Argentina. Recuperado de https://concepto.de/programa-informatico/.

Ramos, C. (2015). *Estrategia didáctica basada en el modelo de Van Hiele para lograr competencias matemáticas en geometría*. Tesis de maestria. USIL. Lima, Perú. Recuperado de: http://repositorio.usil.edu.pe/bitstream/USIL/2248/2/2015_Ramos.pdf

Rincón, C., & Rincón, N. (2015). *Diseño e implementación de una estrategia didáctica para el fortalecimiento de la escritura a través de textos digitales en los estudiantes del grado 203 del colegio distrital estrella del sur*. Tesis de maestría. Universidad Libre de Colombia, Bogotá.

Rodríguez, J., Romero, J. y Vergara, G. (2017). *Importancia de las TIC en la enseñanza de las matemáticas*. Matua. Revista del Programa de matemáticas. Universidad del Atlántico. Recuperado de: file:///C:/Users/HP/Downloads/1861-6491-1-PB.pdf

Sáenz, E., & Patiño, M. (2017). *La resolución de problemas desde el modelo de George Polya como estrategia didáctica para desarrollar el pensamiento geométrico en los estudiantes de grado 5º de la I.E. Villa Cielo de Montería*. Tesis de maestría. SUE Caribe. Universidad de Córdoba. Colombia. Recuperado de https://www.edunexos.edu.co/T_grado_Unicordoba/08_COHORTE_G2/SaenzE_%20PatinoM.pdf

Segura, A. (2003). *Diseños cuasiexperimentales*. Universidad de Antioquia. Recuperado de http://www.sld.cu/galerias/pdf/sitios/renacip/disenos_cuasiexperimentales.pdf

Sternberg,. R. (1985). *Beyond IQ: A Triarchic Theory of Intelligence*. Cambridge: Cambridge University Press.

Therán, E. (2004). *Sistematización de la experiencia investigativa sobre el Teorema de Pitágoras*. Universidad de Sucre. Sincelejo.

Tovar, L. (2016). *Desarrollo del pensamiento geométrico con metodologías activas*. Tesis de maestría. Universidad Nacional Sede Manizales. Recuperado de: http://bdigital.unal.edu.co/53260/1/1022333754.2016.pdf

UPN. (2016). *El papel de la tecnología en la generación de conocimiento didáctico por parte del profesor de matemáticas*. Recuperado de http://www.pedagogica.edu.co/index.php?inf=503&proyecto=24

Van Hiele, P. (1986). *Structure and insight*. Academic Press. New York.

Vygostky, L. (1981). *Pensamiento y Lenguaje*. Buenos Aires: La Pléyade.

Weisstein, E. (1999). *Correlation Coefficient*. MathWorld. Wolfram Web. Recuperado de http://mathworld.wolfram.com/CorrelationCoefficient.html

## Anexos

Anexo 1. Cuestionario Prepueba[1]

INSTITUCION GABRIEL GARCIA MARQUEZ DE COROZAL, SUCRE

GRADO SEXTO GRUPO: control: __Experimental: __

Objetivo: determinar el nivel de desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes de grado sexto.
Niveles: Visualización. Análisis, deducción informal, deducción formal.

***¿Cuánto sabemos de Cuadriláteros?***

[1] Adaptación del trabajo de Lastra (2005).

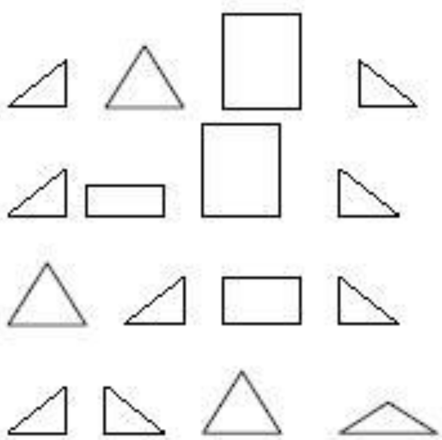
## ¿Cómo contestar?

- **Lee con mucha atención cada pregunta.**
- **Responde encerrando en un ◯ la letra que tu consideres correcta.**

## Ejemplo

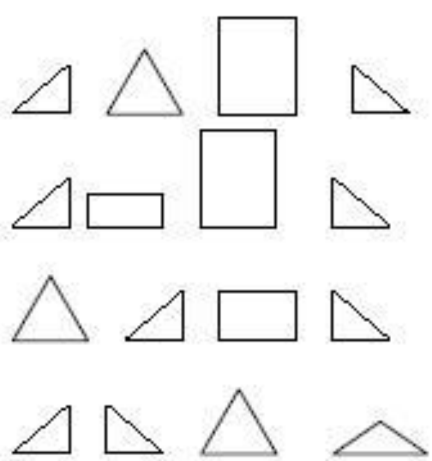
¿Con qué conjunto de piezas puedes armar el mismo cohete?

(a).
(b)
(c )
(d)



Jorge leyó la pregunta y respondió que el conjunto de piezas que permiten armar la figura es la letra (a) y encerró con un ○ esta letra.

(a).
(b)
(c )
(d)



¡Te invito a comenzar en la siguiente página!

1. Observa el siguiente puzle.

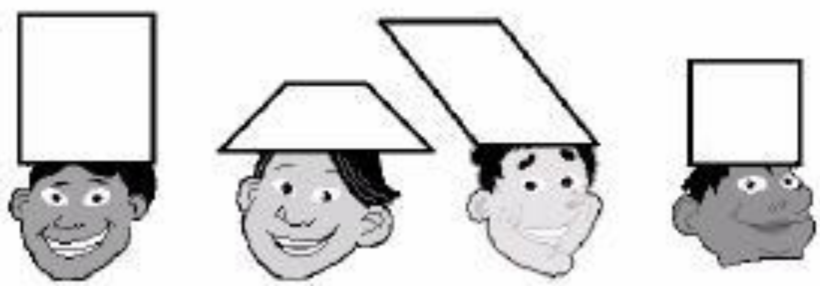

¿Qué número tiene la pieza cuadrada?

(a) 1 (b) 3 (c) 4 (d) 5

2. Pedro dibujó un cuadrilátero. ¿Cuál es?

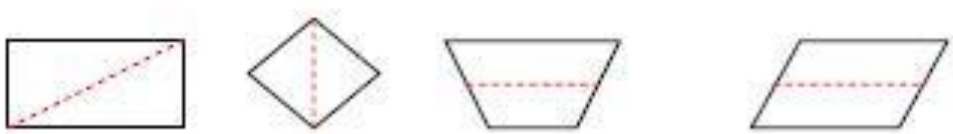
(a) (b) (c) (d)

3. El sombrero de Andrés tiene forma de trapecio.
¿Quién es Andrés?



(a) (b) (c) (d)

4.- ¿En qué cuadrilátero se dibujó un eje de simetría?

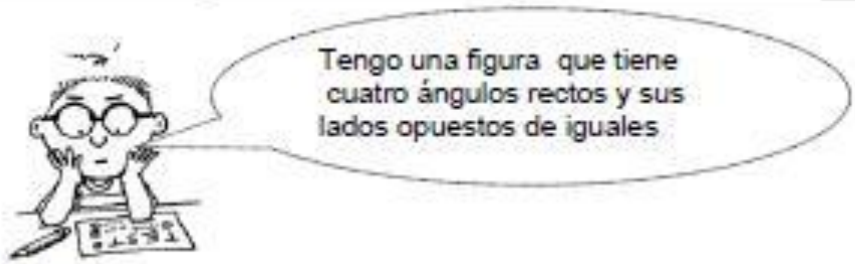


(a) (b) (c) (d)

5. ¿Qué bote tiene la vela con forma de paralelogramo?

a) (b) (c) (d)

6. Pedro dice:




¿Cuál es la figura de Pedro?

(a) (b) (c) (d)

7.- Anita separó de un juego las siguientes piezas

¿Qué tienen en común las piezas que separó Anita?

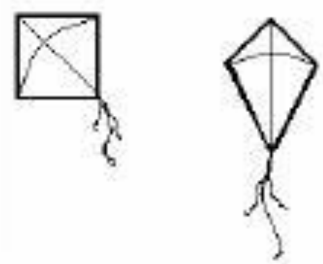
(a) Todos los ángulos son agudos
(b) Todos los ángulos son rectos
(c) Todas las piezas son trapecios
(d) Todos sus lados son de igual medida

8. El  y  son:

(a) Rombos
(b) Trapecios
(c) Cuadrados
(d) Paralelogramos

9.- Estos dos volantines tienen en común:

(a) el número de pares de lados paralelos.
(b) dos pares de lados de igual medida
(c) el número de los ejes de simetría
(d) sus 4 ángulos agudos



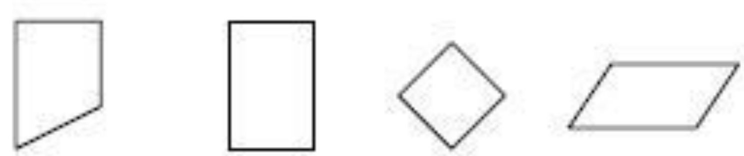
10.- ¿Cuál de los siguientes cuadriláteros tiene 4 ejes de simetría?

(a) (b) (c) (d)

11.- Para identificar un cuadrilátero, Camila presentó las siguientes pistas:

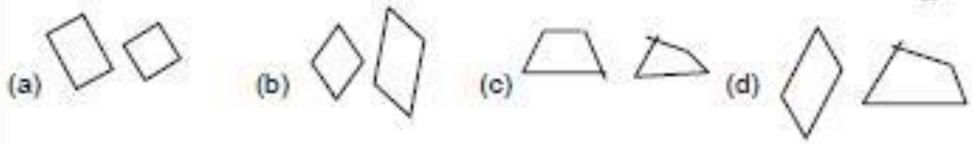
| | | |
|---|---|---|
| No tiene ángulos rectos | Posee dos lados largos y dos lados cortos | Sus lados opuestos son paralelos. |

¿Cuál es el cuadrilátero de Camila?



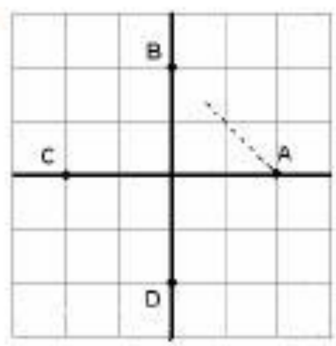
(a) (b) (c) (d)

12.- Anita agrupó las piezas de cuadriláteros sobre un tablero, según el número de ángulos rectos.
¿Cuál es la agrupación que hizo Anita?

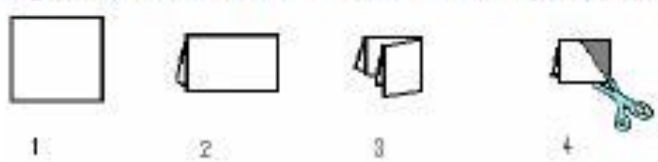



13.- Al unir con una línea recta los puntos A, B, C, D y A ¿qué cuadrilátero se forma finalmente?

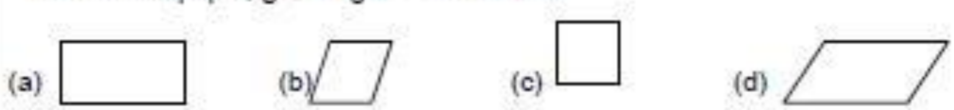
(a) rombo
(b) cuadrado
(c) rectángulo
(d) romboide




14.- En la figura se muestran los dobleces de una hoja de papel lustre.

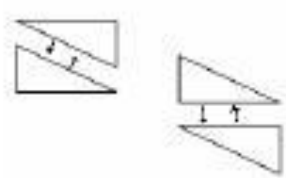



Al cortar el papel, ¿Qué figura se obtiene?




15.- Al unir estas piezas de igual forma y tamaño, los cuadriláteros que se forman son:

(a) rombo y cuadrado
(b) cuadrado y trapecio
(c) trapecio y trapezoide
(d) rectángulo y romboide



16.- ¿En cuál figura se marcan sus ángulos?

(a) (b) (c) (d)

17. José debe elegir 4 palitos para construir un paralelogramo.

¿Cuáles son los palos que debería elegir José para formar el paralelogramo?

A B C D

18. ¿Qué figura tiene 4 lados?

(a) (b) (c) (d)

19.  Dibujé un cuadrilátero que tiene sólo un par de lados paralelos

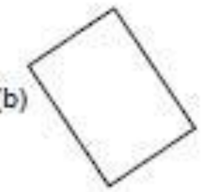
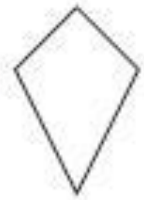
¿Qué cuadrilátero dibujó?

(a) trapezoide
(b) romboide
(c) trapecio
(d) rombo

20.-Soy un cuadrilátero que <u>está dibujado:</u>

- sin lados opuestos paralelos
- sin ejes de simetría

¿Qué forma tengo?

(a)  (b)  (c)  (d) 

21. Paula dice:

*"Tengo un cuadrilátero que tiene un par de lados paralelos y dos lados de igual medida"*

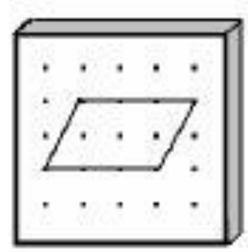
¿Cuál es el cuadrilátero de Paula?

(a) (b) (c) (d)

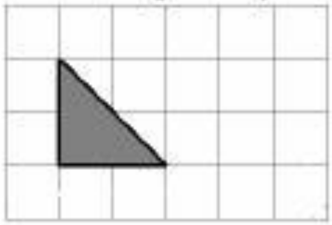
22.

¿Qué debo hacer para transformar este paralelogramo en un trapecio?



(a) eliminar un lado paralelo
(b) aumentar un lado más
(c) eliminar un lado de la figura
(d) dejar una figura con 4 ángulos rectos

23. Observa el triángulo dibujado en el cuadriculado.



¿Cuántos triángulos iguales a él debes agregar en el cuadriculado para formar un rectángulo?

(a). 1
(b). 2
(c ) 3
(d). 6

24 ¿Qué señalización tiene forma de rectángulo?

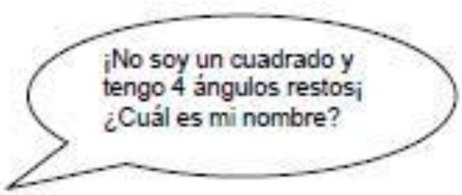
(a)


(b)

(c)

(d)

25.-




(a) rectángulo
(b) rombo
(c) trapecio
(d) romboide

**Anexo 2.** Cuestionario Post-prueba

Objetivo: Determinar el nivel de desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes de grado sexto.
Niveles: Visualización, análisis, deducción informal y deducción formal.
Fases: Información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración.

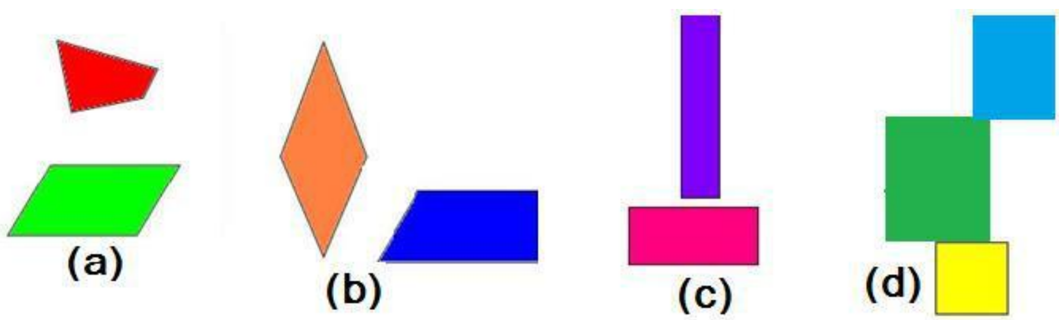
**INSTITUCION EDUCATIVA GABRIEL GARCIA MARQUEZ DE COROZAL**

MODALIDAD: INDIVIDUAL Grado: _____ Grupo___

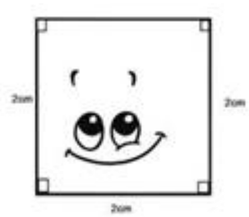
Estudiante: _______________________________________________Sexo: M__ F__

Conteste completamente las siguientes preguntas marcando la opción que considere correcta.

1. ¿En los siguientes conjuntos de figuras, cuales pertenecen a la familia de cuadrados?




2. El amiguito de abajo es un *cuadrilátero* llamado *Cuadrado*. **LO MEJOR** que comentan, sus demás vecinos, es:


(a) Tiene sus cuatro lados de igual longitud
(b) Sus cuatro ángulos son rectos porque es un rectángulo
(c) Sus cuatro lados y cuatro ángulos son de igual medida
(d) Su sonrisa se corta con la diagonal.

3. Las familias de los **trapecios** vienen caminando. Obsérvalos.


Juan, dice de todos ellos, que **los trapecios tienen una característica especial**:

(a) Tiene dos lados paralelos y otros dos no paralelos.

(b) Todos son cuadriláteros

(c) Tienen dos lados iguales y dos desiguales

(d) Todos están formados por triángulos.

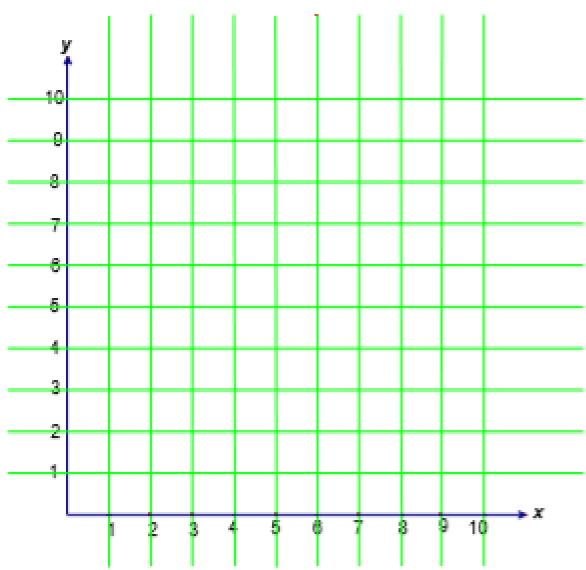
4. Al ubicar las parejas ordenadas A(2,3), B(3,3) C(4,1) y D(1,1) en un plano cartesiano, se obtiene un:

(a) Rectángulo

(b) Trapecio

(c) Rombo

(d) cuadrado

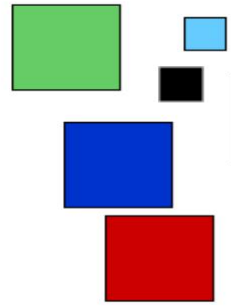


5. ¿Cuál de los siguientes objetos geométricos TIENE las **diagonales de igual medida?**

(a)

(b)

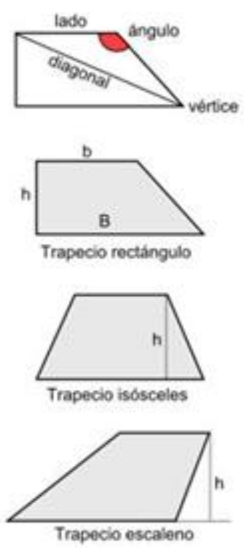

(c)

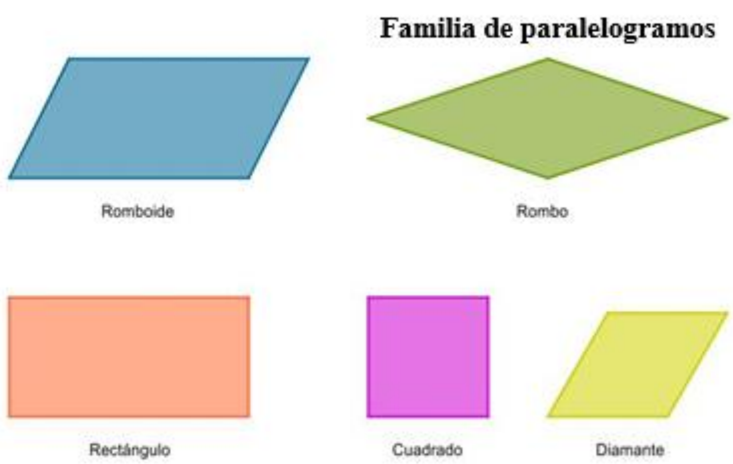


(d)

A. Rombos
B. Rectángulos
C. Paralelogramos
D. Cuadrados

6. En los conjuntos de cuadriláteros se muestran dos familias de distintos tamaños y posiciones de objetos:



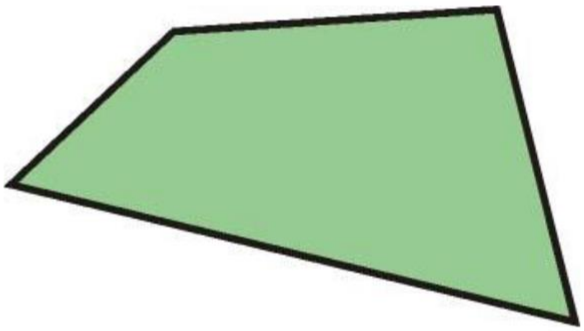

(a) La familia de los **trapecios** tienen **un** par de lados paralelos

(b) La familia de los **paralelogramos** tienen **un** par de lados paralelos

(c) La familia de los **trapecios** tienen **dos pares** de lados paralelos

(d) La familia de los **paralelogramos** tienen **dos** pares de lados paralelos

7. Soy un **Trapezoide** porque me parezco a un trapecio:




La verdad es que me **caracterizo** porque:

(a) Todos mis lados son de diferente longitud

(b) Todos mis pares de lados **No** son paralelos

(c) Ambas cosas anteriores

(d) Ninguna de las anteriores

8. Soy **un cuadrilátero cuadrado**. Ayer paseaba por una montaña y me cayó encima una roca en la cabezota. Después de recuperarme del golpe, quede así. Entonces, **me parezco a un:**

(a) Cuadrado

(b) Rombo

(c) Paralelogramo

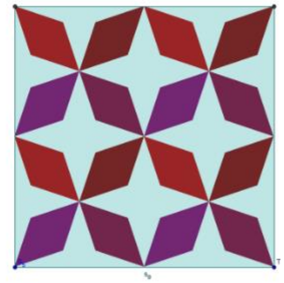
(d) Romboide

9. ¿Cuál de los siguientes objetos geométricos **NO tiene sus ángulos rectos**?

(a)


(b)

(c)



(d)

(b) Rectángulos
(c) Cuadrados
(d) Trapecios
(e) Rombos

10. En los objetos siguientes, ¿Cuáles tienen **CUATRO ángulos rectos**?


(rectángulo)

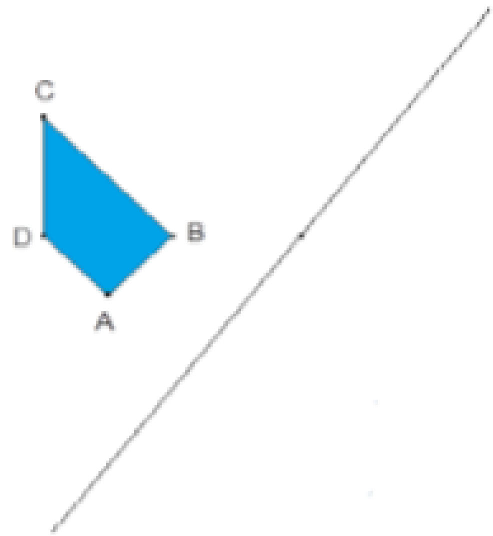
(círculos)

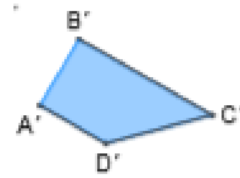
(octágonos)

(cuadrados)

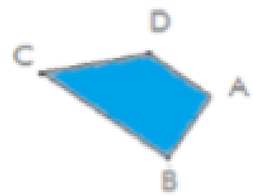
(a) Solamente rectángulos
(b) Sólo círculos
(c) Algún octágono
(d) Todos los rectángulos y cuadrados

11. El polígono **simétrico** al cuadrilátero ABCD de acuerdo con la recta es:

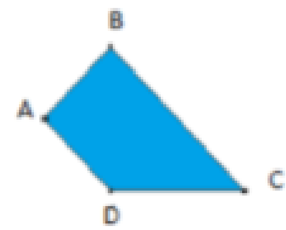


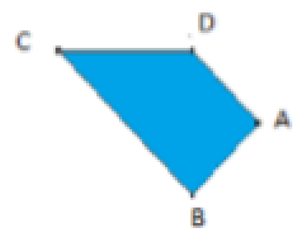

(A)




(B)



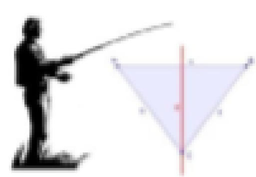

(C)




(D)

12. El triangulo isósceles tiene un solo eje de simetría.

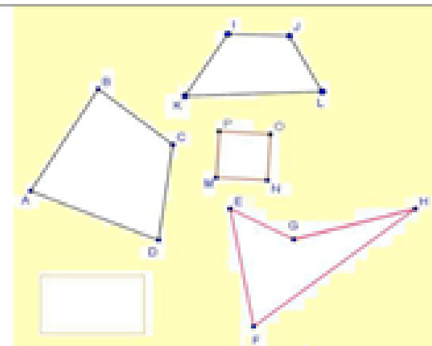

O



A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

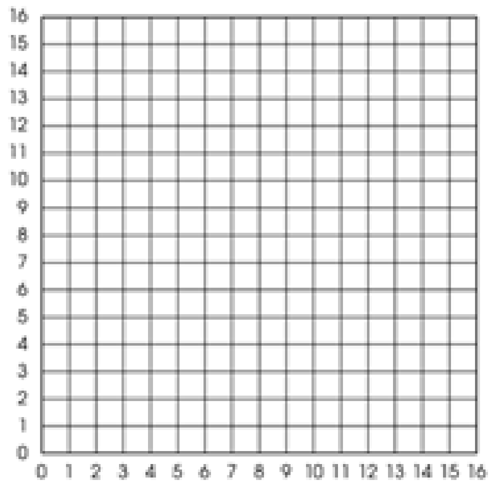
Ahora, ¿Cuantos ejes de simetría puedes trazar por el rectangulo de la figura?

13. Observa el grupo de figuras. *Una de sus características comunes es:*
    A. Todos tienen lados paralelos
    B. Algunos tienen ángulos rectos
    C. Todos tienen cuatro lados o son cuadriláteros.
    D. Existen algunos que no son cuadrados



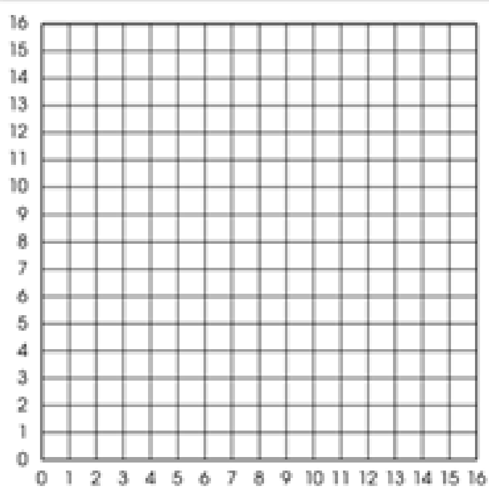
14. Ubica los siguientes puntos en el plano cartesiano de la derecha e **identifica** la figura que se obtiene:

    (0,7) (0,9) (7,16) (8,16) (15,9) (15,7) (13,7) (8,13) (7,13) (2,7) (0,7) ✂
    (1,7) (1,0) (14,0) (14,7) ✂ (5,0) (5,6) (10,6) (10,0) ✂ (11,13) (11,15) (13,15) (13,11)

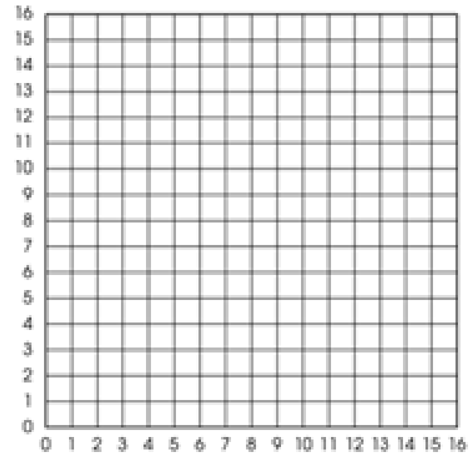



15. En el punto anterior, la figura que se obtuvo se compone de:
    A. dos rectángulos y un triangulo
    B. tres rectángulos y un triangulo
    C. tres triángulos y un cuadrado
    D. Un rectángulo y un trapecio

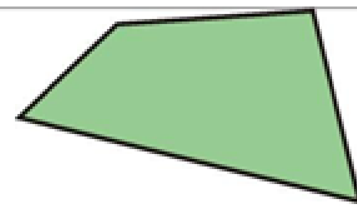
16. Pedro necesita dibujar en el plano cartesiano, con la regla y la escuadra el cuadrilátero que tiene dos diagonales en **ángulo recto** y sus lados son iguales.



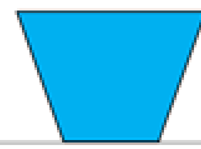
17. Al compañero de Pedro le toca dibujar en el plano cartesiano con la regla y la escuadra el cuadrilátero que tiene dos diagonales en **ángulo agudo** y sus lados son iguales.




18. Carlos discute con Juana sobre el cuadrilátero que no tienen lados paralelos. Carlos dice que se trata de un trapecio y Juana que no porque ¡es un trapezoide! Ud. Escucha la conversación y se atreve opinar que:
    A. Es verdaderamente un trapezoide
    B. Le da la razón a Juana
    C. Es exactamente un trapecio
    D. Le doy la razón a Carlos

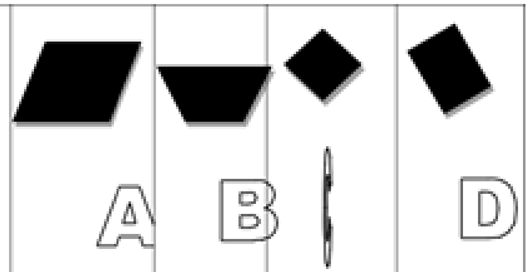


19. German juega con tres triángulos isósceles hechos en cartón. Al unirlos puedo formar:
    A. Cuadrados
    B. rectángulos
    C. Rombos
    D. Trapecios

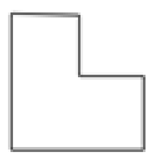


20. Al juego de German se le une John trayendo un rectángulo y dos triángulos rectángulos en cartón. Al unirlos se puede formar

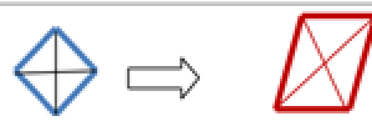
A. El paralelogramo de la figura A
B. El trapecio de la figura B
C. El rombo de la figura C
D. El rectángulo de la figura D

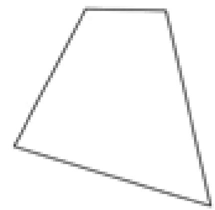
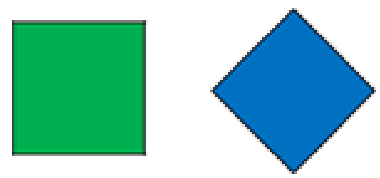
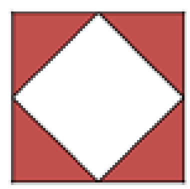



21. Al dividir en tres partes iguales la figura se obtiene
    A. Solo tres cuadrados
    B. Exactamente tres cuadrados
    C. Aproximadamente tres cuadrados
    D. No se puede dividir



22. El cuadrilátero azul que se muestra es un rombo. Para convertirlo en paralelogramo (color rojo) se tiene que cumplir que:
    A. Sus diagonales formen un ángulo obtuso
    B. Sus diagonales formen un ángulo agudo



| | |
|---|---|
| C. Las diagonales no sean perpendiculares<br>D. Las diagonales formen entre si formen un ángulo agudo. | |
| 23. Susana tiene un trapezoide hecho en plastilina. Su amigo Fredy lo deforma para obtener un trapecio. Para lograr esto se debe:<br>A. Mover los cuatro lados<br>B. Mover solo dos lados de manera que queden frente a frente<br>C. Mover cuatro lados de manera que queden frente a frente<br>D. Mover solo un lado |  |
| 24. Carlos y Susana discute sobre la relación que hay entre un rombo y un cuadrado. Susana opina que **ambas figuras son semejantes** porque el rombo y el cuadrado tienen cuatro lados iguales y sus diagonales forman ángulo recto. Para aquietar la discusión usted considera:<br>A. No todos los rombos son cuadrados<br>B. Al tener el cuadrado los cuatro lados iguales, es un caso especial de rombo.<br>C. El rombo es un polígono que tiene sus lados opuestos paralelos y, por tanto, es un paralelogramo.<br>D. El rombo es un cuadrilátero que se parece a un paralelogramo cuyos cuatro lados son de igual longitud. |  |
| 25. Al construir un cuadrado y hallar la mitad de cada lado y unirlos se forma:<br>A. Otro cuadrado<br>B. Un rombo<br>C. Un paralelogramo<br>D. Un rectángulo |  |

# Anexo 3.

**Estándares básicos de competencias y objetivos por nivel para las guías didácticas.**

**Guías didácticas de geometría: Cuadriláteros**

1. **Estándares básicos de competencia:**

**Pensamiento espacial y sistemas geométricos.**

- Comparo y clasifico objetos bidimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.
- Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.
- Identifico, represento y utilizo ángulos en giros, aberturas, inclinaciones, figuras, puntas y esquinas en situaciones estáticas y dinámicas.
- Utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales.
- Construyo y descompongo figuras a partir de condiciones dadas.
- Conjeturo y verifico los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano.

2. **Competencias de razonamiento geométrico.**

**Objetivos del nivel 1.**

- Reconocer las características generales de los cuadriláteros. (lados, ángulos, vértices, ejes de simetría)
- Determinar la clasificación de un cuadrilátero a partir de sus elementos y sus propiedades.
- Ubicar objetos en el espacio según instrucciones.
- Reconocer las distintas clases de cuadriláteros.
- Diferenciar las propiedades geométricas de los cuadriláteros.
- Identificar los elementos que conforman a los cuadriláteros.

**Objetivos del nivel 2.**

- Analizar los elementos componentes de un cuadrilatero.

- Construir cuadriláteros a partir de una propiedad dada.
- Agrupar cuadriláteros atendiendo a sus características
- Asociar propiedades a tipos de cuadriláteros.

**Objetivos del nivel 3.**

- Establecer relaciones entre propiedades.
- Establecer relaciones entre conceptos.
- Realizar clasificaciones (inclusiva – exclusiva).
- Demostrar de un mono informal diferentes proposiciones.
- Formalizar definiciones.
- Comprender la estructura de una demostración de varios pasos.
- Entender la generalización como herramienta de razonamiento matemático.
- Iniciar a los alumnos en el razonamiento deductivo.

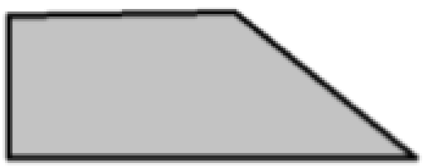
Anexo 4. Estrategia para identificar trapecios

Objetivo: Identificar las propiedades de los trapecios.
Nivel: Visualización y Analisis.
Fase: Información y orientación dirigida.

| Estrategia para identificar Trapecios | |
|---|---|
| Desempeños | |
| Cognitivo | Visualiza o reconoce cuadriláteros trapecios a partir de la comparación de semejanzas y diferencias y sus características esenciales. |
| Ciudadano | Respeta las ideas de los demás aunque no los comparta. |
| Comunicativo | Socializa y comparte los que sabe o cree saber. |

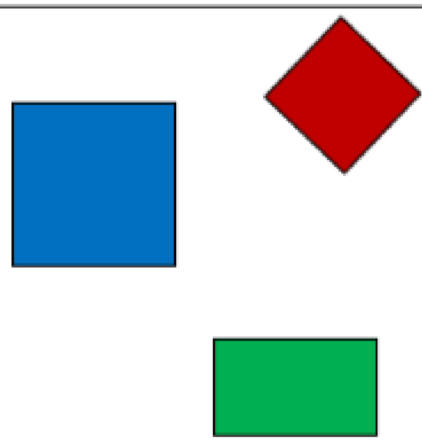
## ¡ESTOS SON TRAPECIOS!

| | | |
|---|---|---|
|  | Numero de lados | |
| | Numero de ángulos en el cuadrilátero? | |
| | lados no paralelos | |
| | Lados congruentes (de igual medida) | |
| | lados paralelos | |
| | Numero de ángulos agudos | |
| | Numero de ángulos rectos | |
| | Numero de ángulos obtusos | |

| | | |
|---|---|---|
|  | Numero de lados | |
| | Numero de ángulos en el cuadrilátero? | |
| | lados no paralelos | |
| | Lados congruentes (de igual medida) | |
| | lados paralelos | |
| | Numero de ángulos agudos | |
| | Numero de ángulos rectos | |
| | Numero de ángulos obtusos | |
|  | Numero de lados | |
| | Numero de ángulos en el cuadrilátero | |
| | lados **no** paralelos | |
| | Lados de igual medida o congruentes | |
| | lados paralelos | |
| | Numero de ángulos agudos | |
| | Numero de ángulos rectos | |
| | Numero de ángulos obtusos | |
|  | Numero de lados | |
| | Numero de ángulos en el cuadrilátero | |
| | lados no paralelos | |
| | Lados de igual medida o congruentes | |
| | Lados paralelos | |
| | Numero de ángulos agudos | |
| | Numero de ángulos rectos | |
| | Numero de ángulos obtusos | |

Anexo 5. Definición del concepto de cuadrado

Objetivo: Identificar las propiedades de los cuadrados.
Nivel: Visualización y análisis.
Fase: Información y orientación dirigida.



1. Numero de lados
2. Numero de ángulos
3. Lados paralelos
4. Lados no paralelos
5. Lados congruentes
6. Ángulos rectos
7. ¿Cuántas diagonales?
8. ¿Cuantos ejes de simetría tiene?
9. Lados iguales
10. Numero de triángulos rectángulos que le caben completamente

Este NO es un cuadrado:

¿Qué es un cuadrado?

______________________________________________________________

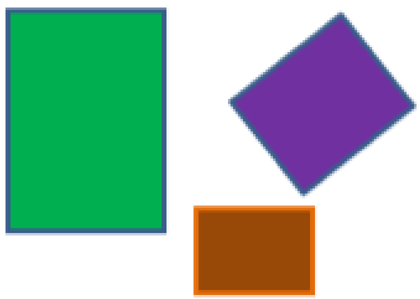
______________________________________________________________

Anexo 6. Estrategia para identificar Rectángulos

Estrategia para identificar rectángulos

Objetivo: Determinar las propiedades de los rectángulos.
Nivel: Visualización y análisis.
Fase: Información y orientación dirigida.

## Estos son rectángulos:

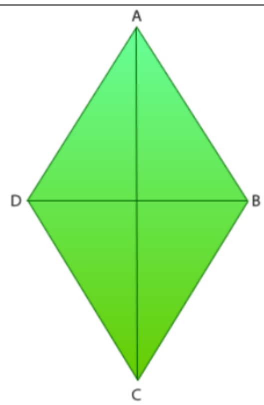
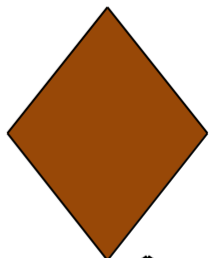
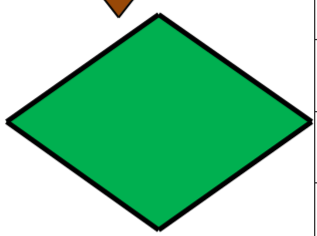
| | | |
|---|---|---|
|  | | 1. Numero de lados |
| | | 2. Numero de ángulos |
| | | 3. Lados paralelos |
| | | 4. Lados no parecidos |
| | | 5. Lados congruentes |
| | | 6. Ángulos rectos |
| | | 7. Ángulos agudos |
| | | 8. ¿Cuántas diagonales? |
| | | 9. ¿Cuántos ejes de simetría tiene? |

Anexo 7. Estrategia para identificar rombos y paralelogramos

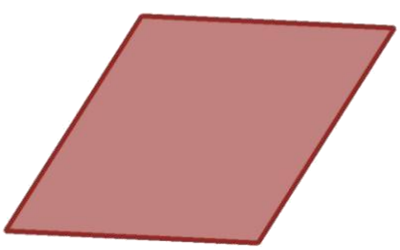
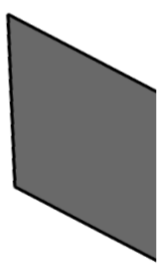
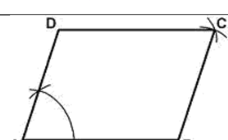
Objetivo: Identificar y distinguir las propiedades de los rombos y paralelogramos.
Niveles: Visualización, análisis y deducción informal.
Fases: Información, orientación dirigida y explicitación.

# Estrategia para identificar Rombos y paralelogramos

Defina el concepto de rombo a partir de los siguientes ejemplos:

| | | | |
|---|---|---|---|
|  |   | 1. | Numero de lados |
| | | 2. | Numero de ángulos |
| | | | 3. Lados iguales |
| | | | 4. Ángulos iguales |
| | | 5. | Lados perpendiculares |
| | | 6. | Lados no perpendiculares |
| | | 7. | ¿Cuantas diagonales tienes? |
| | | 8. | ¿Cuantos ejes de simetría tiene? |

## Estos son paralelogramos:

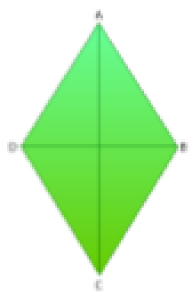
| | | |
|---|---|---|
|   | | Numero de lados |
| | | Numero de ángulos |
| | | Lados iguales |
| | | Ángulos iguales |
| | | Lados perpendiculares |
| | | Lados no perpendiculares |
| | | Segmentos perpendiculares |
| | | ¿Cuántas diagonales tiene? |
|  Paralelogramo | | ¿cuántos ejes de simetría tiene? |
| | | ¿Cuantos lados paralelos? |
| | | ¿Cuantos lados no paralelos? |

Anexo 8. Rombos y Romboides

Objetivo: Identificar las propiedades de los rombos y romboides.
Nivel: Visualización, análisis, deducción informal y deducción formal.
Fases: Información, orientación dirigida, explicitación y orientación libre.

## Estrategia para diferenciar rombos y romboides

***"La identificación de diferencias es un proceso esencial para discriminar las características observadas".***

| 1. Observen el rombo **Figura A:** | 2. Observe el romboide (**figura B**). |
|---|---|
|  |  |

Fuente: Portal Educativo. (S/f).

3. Establezca diferencias para cada variable

| variable | Característica de A | Característica de B |
|---|---|---|
| 1.Número de lados | 1. | 1. |
| 2.Lados iguales | 2. | 2. |
| 3.Diagonales perpendiculares | 3. | 3. |
| 4.Lados paralelos | 4. | 4. |
| 5.Angulos opuestos iguales | 5. | 5. |
| 6. Lados NO paralelos | 6. | 6. |
| 7. Par de lados consecutivos iguales | 7. | 7. |

¿Qué diferencias?:

Construcción con Cabri:

Mide los ángulos interiores alrededor del punto de intersección de las diagonales

______________________________________________________________________________

______________________________________________________________________________

¿Cuánto suman las medidas de los ángulos continuos?

______________________________________________________________________________

______________________________________________________________________________

¿El ángulo entre las diagonales es de 90? ___________________________________________

Mi todos s ángulos. ¿Cuantos ángulos obtusos y agudos tienen?

______________________________________________________________________________

¿Cuánto suman todos sus ángulos interiores en cada vértice?

_____________________________________________________________________

Anexo 9. Macro del Cuadrado con Cabri Géomètre

Objetivo: Construir un cuadrado a partir de un segmento dado usando el Cabri.
Niveles: Visualización, análisis, deducción informal y deducción formal.
Fases: Información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración-

**MACRO CONSTRUCCION DEL CUADRADO EN EL PROGRAMA DE GEOMETRÍA**
Martín Acosta Gempeler

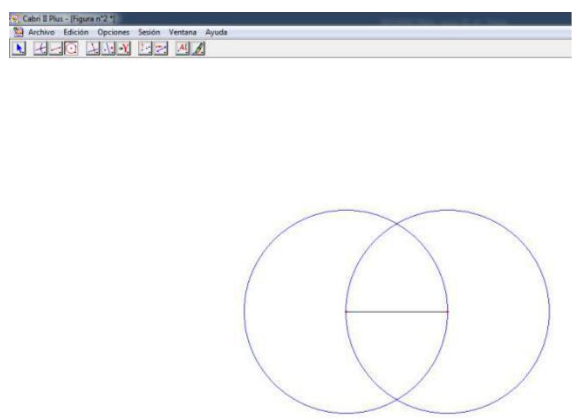
El programa CABRI GÉOMÈTRE permite automatizar construcciones, de manera que no es necesario repetir todos los pasos.

**Macro construcciones**

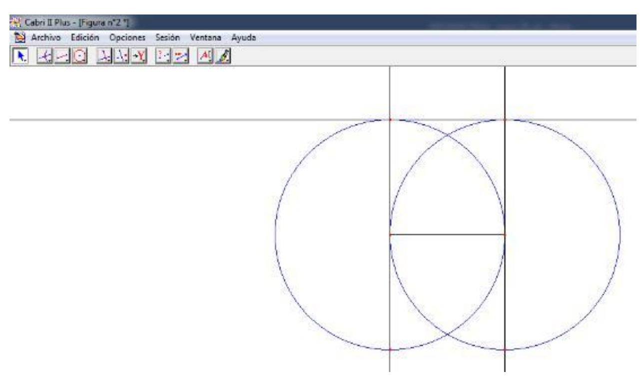
Para definir una macro o construcción automatizada, es necesario definir los OBJETOS INICIALES (objetos en los que se basa la construcción) y los OBJETOS FINALES (el resultado final de la construcción. A continuación, se ejemplifica esta función del programa.

Macro: **cuadrado**

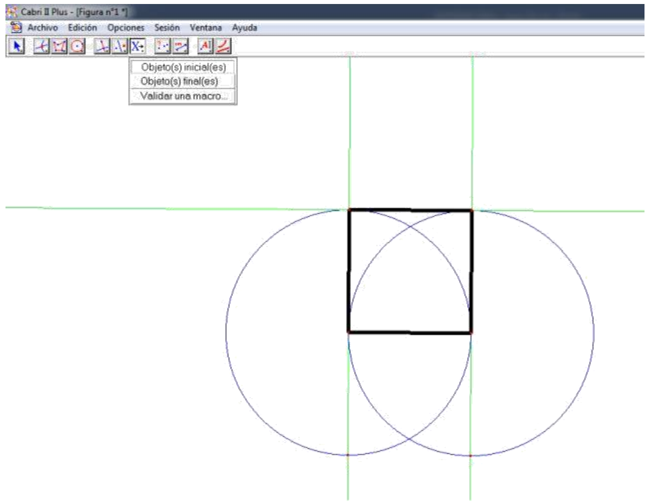
Se trata de automatizar la construcción de un cuadrado con base en un segmento dado:




- construya un segmento $AB$
- construya la recta $r_1$ perpendicular a $\overline{AB}$ y que pase por $A$
- construya la recta $r_2$ perpendicular a $\overline{AB}$ y que pase por $B$
- construya la circunferencia $C_1$ con centro $A$ y radio $\overline{AB}$
- construya la intersección de $C_1$ y $r_1$
- llame $D$ a uno de los puntos de esa intersección
- construya la recta $r_3$ perpendicular a $r_1$ y que pase por $D$
- llame $C$ la intersección de $r_3$ y $r_2$
- construya el polígono $ABCD$
- oculte las construcciones intermedias.

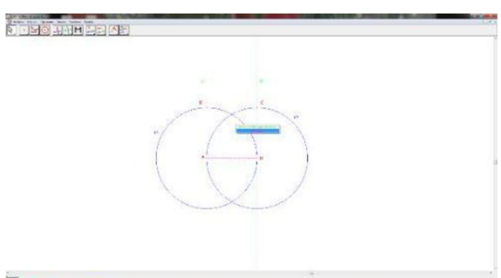



Vamos ahora a ilustrar dicha construcción.

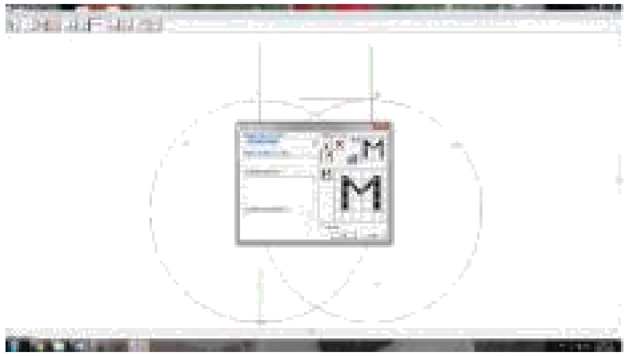



Seleccione la opción 2: **Objetos iniciales**, y proceda a señalar los puntos *A* y *B*, extremos del segmento que sirvió de base para la construcción del cuadrado.


Oprima nuevamente con el mouse, seleccione Objetos Finales y señale el polígono *ABCD.*



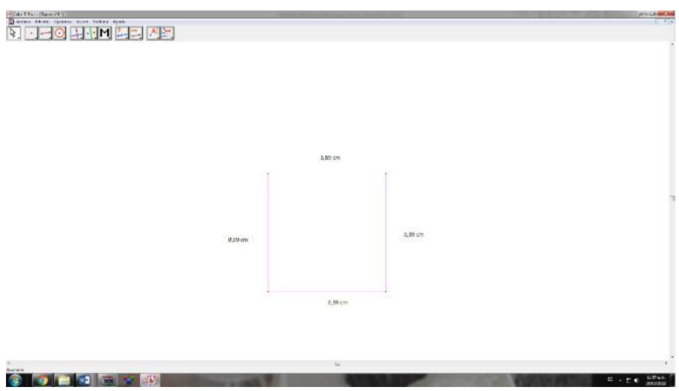
Nuevamente Clic y seleccione `Definir Macro`. Obtendrá una pantalla como la siguiente, donde debe especificar el nombre de la macro: Cuadrado



Para terminar, guarde la macro en un archivo al cual le debe asignar un nombre.

Para ejecutar la macro, oprima `F4+6` y seleccione `Ejecutar Macro`. Luego seleccione la macro 1: cuadrado y señale dos puntos **cualesquiera** en la pantalla ¿Qué sucede?

Estire el segmento AB: deja de ser un ¿cuadrado?
Mida con la opción **Distancia y longitud** cada lado dando clic en cada extremo de los segmentos o lados del cuadrado.

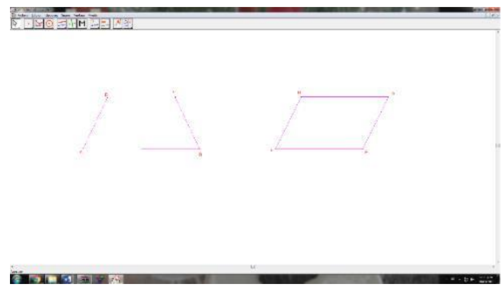


## Anexo 10. Diferenciar de trapecios y paralelogramos en Cabri Géomètre

Objetivo: diferenciar las características de los trapecios y paralelogramos usando Cabri
Niveles: Visualización, análisis, deducción informal y deducción formal.
Fases: Información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración.

A. Trapecios

Dados dos segmentos iniciales. AB, (base mayor), CD (base menor) y h, la altura.
Se traza una paralela al segmento AB por el punto h.



1. Trazo un segmento AB
2. Trazo otro segmento AC
3. Una recta O
4. Transfiero AB a la recta
5. Con la herramienta _Compas,_ transfiero el segmento AC desde el punto A.
6. Trazo una paralela a AB por O.
7. Trazo una paralela (BD) al segmento AB
8. Nueva paralela por el punto C al segmento AB
9. Con la herramienta Polígono (uno los segmentos iniciando y terminando en A).
10. Grosor al polígono ABDC.

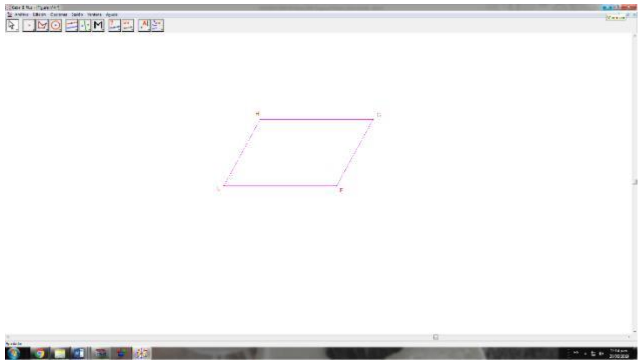
Construir en Cabri un trapecio rectángulo:
Bases 8 y 5 cm
Altura: h =7 cm

¿Cuánto miden sus diagonales?

Mide sus ángulos entre diagonales. ¿Qué tipo de ángulos?

B. Paralelogramos.

**Pregunta orientativa** ¿Qué características tienen los paralelogramos?



Mide con la herramienta **Distancia y Longitud** mide los lados del paralelogramo.

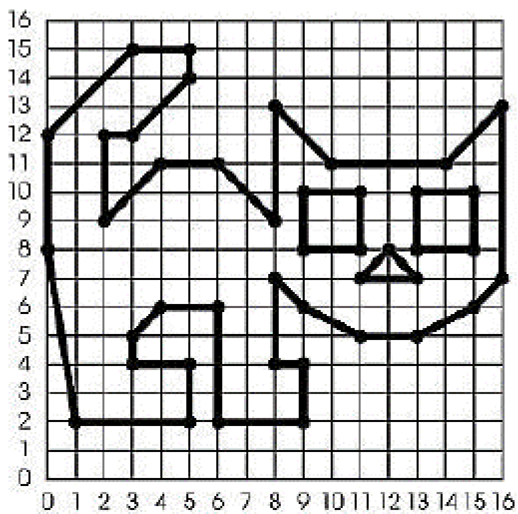
¿En qué punto se cortan? ___________________________________________________

¿Cuantos triángulos se forman con cada diagonal?

¿Cómo son eso triángulos? (diferentes, congruentes, iguales)
______________________________________________________________________________
__________________________________________________________________

Anexo 11. Plano cartesiano

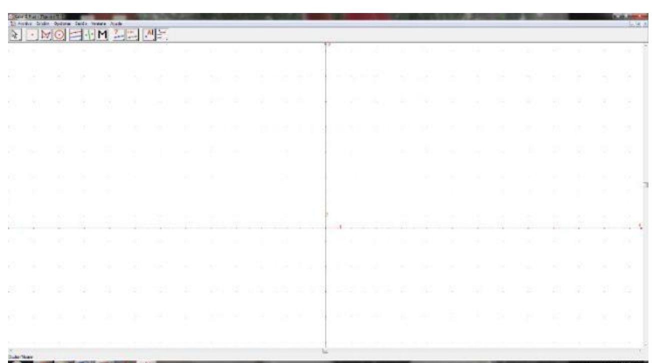
Objetivo: Construir figuras en el plano cartesiano usando el cabri.
Niveles: Visualización, análisis y deducción informal y deducción formal.
Fases: Información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración.



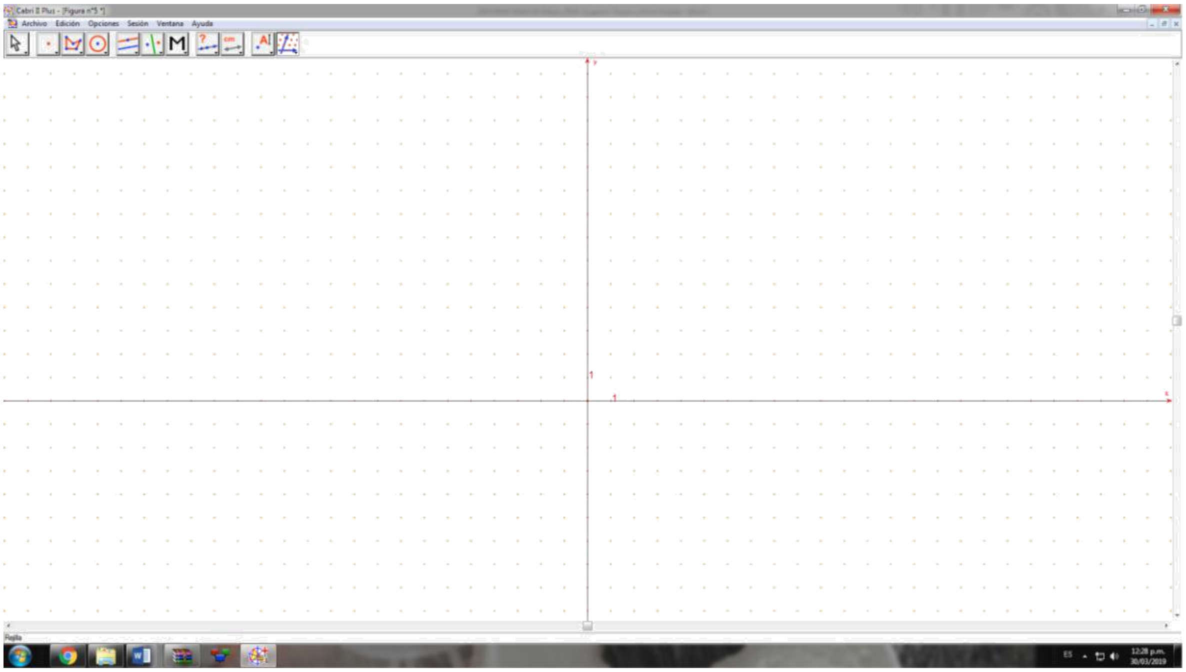

Fuente: *Figuras en el Plano Cartesiano. Recuperado de: http://neoparaiso.com/imprimir/figuras-plano-cartesiano.html*

**Instrucciones para el trabajo con Tecnología:**

Entra A Cabri Géomètre:
Muestra los ejes como en la imagen:



Muestra **Rejilla** (seleccionas el número 1 del eje X para que se muestre de un 1 cm la cuadricula.



ANEXO 12

RESULTADOS DE LA PREPRUEBA. GRADO 6º 1. GRUPO EXPERIMENTAL

| | | Nº de pregunta | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Estudiante** | **Sexo** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** | **21** | **22** | **23** | **24** | **25** |
| **1** | M | D | C | B | A | A | B | D | A | A | C | D | A | B | C | A | B | C | C | C | C | A | A | A | D | B |
| **2** | M | D | C | B | C | A | B | B | D | B | C | D | A | B | B | D | B | B | C | C | C | C | A | A | C | C |
| **3** | M | D | B | B | B | A | B | B | B | C | B | D | B | B | B | D | B | C | B | A | C | C | C | A | A | B |
| **4** | M | D | C | B | D | A | B | B | D | B | A | D | A | A | C | D | B | C | C | C | A | C | A | A | D | B |
| **5** | M | D | C | B | A | A | B | B | A | C | D | D | A | B | B | C | B | B | C | A | C | C | A | B | D | B |
| **6** | M | B | C | A | C | A | D | B | D | B | A | D | A | B | B | D | C | C | C | C | C | A | A | A | C | B |
| **7** | M | D | C | B | B | A | B | A | B | B | B | A | C | A | C | C | B | B | C | A | C | C | C | B | D | B |
| **8** | M | D | C | B | D | A | B | B | D | B | C | D | A | B | B | D | B | C | C | C | C | A | A | A | C | B |
| **9** | M | D | C | B | D | A | A | B | C | C | A | D | A | B | D | B | B | B | C | A | C | C | A | A | A | B |
| **10** | M | D | C | B | C | A | B | B | D | B | D | D | A | B | B | D | B | C | C | C | C | B | A | A | D | B |
| **11** | M | D | C | B | C | A | B | B | D | D | C | D | A | B | A | B | B | B | C | B | C | B | A | A | C | B |
| **12** | M | D | C | B | C | C | B | B | D | B | A | D | A | B | B | D | B | C | C | C | C | C | A | A | D | C |
| **13** | F | D | C | B | C | A | B | D | A | C | A | A | A | A | C | A | B | B | C | C | A | A | C | B | A | B |
| **14** | F | D | B | B | A | A | A | C | D | B | B | D | A | B | B | A | B | C | C | C | A | A | C | B | D | B |
| **15** | F | B | B | C | D | C | B | B | D | B | A | D | B | B | C | D | C | A | C | C | C | C | A | A | D | A |
| **16** | F | B | C | B | B | A | C | B | D | C | B | A | A | A | B | A | B | C | B | C | C | A | A | A | B | B |
| **17** | F | D | B | C | C | C | B | B | B | C | A | D | A | B | C | D | B | A | C | C | A | C | B | C | C | A |
| **18** | F | D | B | B | A | A | B | B | D | B | B | A | C | D | A | B | C | C | C | B | A | A | A | A | B | B |
| **19** | F | B | C | C | D | A | D | B | A | C | A | D | A | B | B | D | B | A | C | C | C | C | C | B | D | B |
| **20** | F | B | B | B | B | C | B | B | D | B | B | A | A | C | D | C | B | C | B | B | C | A | C | A | C | C |
| **21** | F | D | B | C | C | A | B | B | A | C | A | D | D | B | B | D | C | D | C | B | A | A | A | C | D | C |
| **22** | F | D | C | B | A | C | C | B | D | B | B | B | A | C | C | B | B | C | C | C | C | C | B | A | B | B |
| **23** | F | D | C | B | B | A | B | B | C | C | A | D | A | B | D | D | C | B | B | D | C | A | A | B | D | D |
| **24** | F | B | B | C | C | A | B | B | C | A | B | C | B | A | B | C | B | C | C | C | B | C | D | A | D | D |
| **25** | F | B | B | C | A | B | B | B | D | B | A | D | A | B | A | D | B | A | B | D | C | A | A | C | C | B |
| **26** | F | D | C | B | B | A | A | D | A | A | B | B | C | A | A | B | C | C | C | C | C | C | A | A | B | B |
| **27** | F | D | C | B | C | A | D | C | D | B | C | D | D | B | B | C | B | D | B | D | B | A | A | B | D | B |
| **28** | F | D | C | B | C | B | B | B | B | A | B | C | A | C | C | D | C | C | C | A | A | C | C | A | D | B |
| **29** | F | D | C | B | C | A | B | C | D | B | C | A | A | B | B | A | B | A | B | A | A | A | A | B | A | B |
| **30** | F | D | C | B | C | A | B | D | A | A | C | A | A | D | D | D | B | D | C | A | A | C | C | A | D | B |

ANEXO 13

RESULTADOS DE LA PREPRUEBA. GRADO 6º 2. GRUPO CONTROL

| | | Nº de pregunta | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Estudiante** | **sexo** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** | **21** | **22** | **23** | **24** | **25** |
| **1** | M | D | C | B | A | A | A | B | D | A | A | D | A | B | B | D | B | C | C | C | C | A | A | A | D | B |
| **2** | M | D | B | B | A | A | B | B | B | B | B | D | D | B | A | D | B | A | C | C | C | C | A | A | C | B |
| **3** | M | D | C | B | C | A | B | A | D | B | C | D | A | B | B | D | B | C | C | A | C | A | A | B | C | B |
| **4** | M | D | C | B | C | A | B | B | C | B | B | D | A | A | A | A | B | A | B | C | C | C | A | A | D | A |
| **5** | M | C | C | B | C | A | B | B | D | A | A | D | A | B | B | A | C | C | C | A | C | A | A | A | D | B |
| **6** | M | D | C | B | A | C | B | B | A | B | B | A | A | B | C | D | B | B | C | C | B | C | A | B | D | B |
| **7** | M | D | C | C | D | A | B | B | D | C | C | D | A | A | A | B | C | C | C | A | C | A | B | A | A | B |
| **8** | M | C | C | B | D | A | B | B | A | C | B | D | A | B | B | C | B | A | B | A | C | C | A | A | C | B |
| **9** | M | D | C | B | A | C | D | B | D | B | A | D | B | B | D | D | B | C | C | C | C | B | A | A | C | B |
| **10** | M | D | C | C | C | A | B | B | C | A | B | D | A | B | B | C | B | A | C | B | C | C | B | A | C | B |
| **11** | M | D | C | B | C | A | B | B | D | D | C | D | A | B | A | A | B | C | C | B | C | D | A | A | D | C |
| **12** | M | D | C | B | C | A | B | D | B | B | B | D | A | B | B | D | B | D | C | C | C | C | A | A | D | B |
| **13** | M | D | C | B | A | A | B | B | D | C | B | D | A | B | A | A | B | A | C | A | C | B | A | A | C | B |
| **14** | M | D | C | B | A | A | B | B | B | B | B | D | A | B | B | D | B | C | C | C | C | C | A | A | A | B |
| **15** | F | D | B | B | C | A | B | B | A | A | A | A | B | A | A | A | B | A | C | A | A | D | A | A | C | B |
| **16** | F | D | C | B | B | A | C | B | D | B | B | D | A | B | B | D | B | C | C | C | C | C | A | A | A | A |
| **17** | F | B | B | B | C | A | B | A | A | A | C | D | A | A | A | A | B | A | A | A | A | D | B | B | C | B |
| **18** | F | D | C | B | B | A | B | B | D | B | B | B | A | B | C | D | C | C | C | C | C | C | A | A | B | C |
| **19** | F | D | B | C | D | C | B | B | B | A | A | D | A | A | B | A | B | D | C | A | A | D | A | B | C | B |
| **20** | F | B | C | B | B | A | C | A | A | B | B | C | A | B | D | D | B | B | A | A | C | A | B | A | C | B |
| **21** | F | D | B | B | C | A | B | B | D | A | C | D | B | A | C | D | B | C | C | C | A | C | A | A | C | D |
| **22** | F | D | C | C | B | C | B | D | A | B | B | A | A | B | B | D | B | A | C | A | C | B | A | C | C | B |
| **23** | F | B | B | B | C | A | B | B | D | C | A | D | A | A | D | D | C | C | B | A | B | A | B | A | C | B |
| **24** | F | D | C | B | A | A | C | B | C | B | B | A | D | B | C | A | B | D | C | C | C | C | A | A | A | A |
| **25** | F | D | B | C | A | C | B | A | D | C | C | D | A | A | B | D | B | C | C | B | A | C | B | C | C | B |
| **26** | F | B | C | B | A | A | B | B | C | B | B | D | A | B | B | A | C | B | B | C | A | D | A | A | C | C |
| **27** | F | D | B | C | A | A | D | B | D | D | A | B | B | B | B | D | B | C | C | B | C | C | C | B | A | B |
| **28** | F | D | C | B | D | C | B | B | B | B | B | D | A | B | B | A | C | A | C | C | A | C | A | A | C | B |
| **29** | F | D | B | B | D | A | B | D | D | C | C | A | A | B | B | A | B | C | C | C | C | C | C | B | C | B |
| **30** | F | D | C | B | D | A | D | B | C | B | B | A | D | B | D | A | B | C | C | C | C | A | A | A | B | B |

ANEXO 14

RESULTADOS DE LA POSTPRUEBA. GRADO 6º1. GRUPO EXPERIMENTAL.

| | | Nº de pregunta | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Estudiante** | **Sexo** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** | **21** | **22** | **23** | **24** | **25** |
| **1** | M | D | C | A | B | D | A | B | B | C | D | B | D | C | SI | A | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **2** | M | D | C | A | B | D | A | B | B | C | D | C | D | C | NO | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **3** | M | B | C | A | C | D | A | B | B | A | D | C | D | C | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **4** | M | D | C | C | B | D | A | B | B | C | D | C | D | C | SI | D | SI | NO | C | D | A | A | C | C | A | A |
| **5** | M | D | B | A | B | D | A | B | A | C | D | C | C | C | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **6** | M | D | C | A | A | D | A | B | B | C | D | C | D | C | NO | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | C | B |
| **7** | M | C | C | A | B | D | A | A | B | C | D | C | D | C | SI | D | SI | SI | A | B | A | B | C | D | A | B |
| **8** | M | D | C | B | D | D | A | B | A | B | D | C | A | C | SI | D | NO | SI | A | D | B | A | C | D | A | B |
| **9** | M | D | A | A | B | D | A | B | B | C | D | C | D | C | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | C | B |
| **10** | M | D | C | A | B | D | A | B | B | C | D | C | D | C | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **11** | M | D | C | A | B | D | A | B | B | C | D | C | D | C | NO | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **12** | M | D | C | A | B | D | A | B | B | C | D | B | D | C | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **13** | F | D | C | A | B | D | A | B | B | C | D | C | D | C | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **14** | F | D | C | A | B | D | C | B | B | C | D | C | D | C | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **15** | F | D | C | A | B | D | A | B | B | C | D | C | D | C | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **16** | F | D | C | A | B | A | A | B | B | C | D | A | A | B | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | B | D | A | B |
| **17** | F | C | C | A | C | D | A | B | B | C | A | C | D | C | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **18** | F | D | A | A | B | A | A | B | B | B | A | C | D | B | NO | D | SI | SI | A | D | A | A | B | D | A | B |
| **19** | F | D | C | C | B | D | A | B | B | C | A | C | D | C | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **20** | F | D | C | A | B | A | A | B | A | C | D | C | D | C | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **21** | F | D | C | A | B | D | A | B | B | C | D | C | D | C | SI | D | NO | SI | A | D | B | B | C | D | C | B |
| **22** | F | D | C | A | C | D | C | B | B | C | D | B | A | C | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **23** | F | D | C | A | B | D | A | D | B | C | D | C | D | B | SI | D | SI | SI | A | B | A | C | C | D | A | A |
| **24** | F | A | A | C | B | D | A | B | B | C | D | C | D | C | NO | D | SI | NO | A | D | B | B | B | D | A | B |
| **25** | F | D | C | A | B | D | A | B | A | C | D | C | D | C | SI | D | SI | SI | C | D | B | B | C | D | C | B |
| **26** | F | D | C | A | B | D | A | B | B | B | D | C | D | C | SI | D | SI | SI | A | D | B | C | C | C | A | B |
| **27** | F | D | C | A | B | D | A | B | B | C | D | C | A | C | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **28** | F | D | C | A | B | D | A | B | B | C | D | D | D | C | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **29** | F | D | C | A | B | D | A | B | B | C | D | C | D | C | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **30** | F | D | C | A | B | D | C | B | B | C | D | C | D | C | SI | A | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |

ANEXO 15

RESULTADOS DE LA POSTPRUEBA. GRADO 6º2. GRUPO CONTROL.

| | | Nº de pregunta | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Estudiante** | **Sexo** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** | **21** | **22** | **23** | **24** | **25** |
| **1** | M | D | C | A | B | D | A | B | B | B | A | B | A | C | SI | A | SI | SI | A | D | A | B | C | D | A | B |
| **2** | M | D | C | A | B | D | A | B | C | C | D | C | D | C | NO | D | NO | NO | A | D | B | A | B | D | C | A |
| **3** | M | D | B | A | C | C | A | B | B | A | D | A | D | C | SI | D | SI | SI | A | A | B | B | C | D | A | A |
| **4** | M | A | C | C | B | D | D | A | B | C | D | C | D | B | SI | D | SI | NO | C | D | A | A | C | C | A | A |
| **5** | M | D | B | A | C | D | A | B | A | C | D | C | C | C | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **6** | M | D | C | A | A | C | A | B | B | C | D | C | D | C | NO | C | SI | SI | C | D | B | B | C | D | C | B |
| **7** | M | C | C | A | B | D | A | A | B | C | A | C | D | C | SI | D | SI | SI | A | B | A | B | C | D | A | B |
| **8** | M | A | C | B | D | D | A | B | A | B | D | C | A | C | NO | D | NO | SI | A | D | B | A | C | D | A | B |
| **9** | M | D | A | A | B | D | A | B | B | C | D | C | D | C | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | C | B |
| **10** | M | D | C | A | B | D | A | B | B | C | D | C | D | C | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **11** | M | D | C | A | B | D | A | B | B | C | D | C | D | C | NO | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **12** | M | C | C | A | B | D | A | B | B | C | D | B | D | C | SI | C | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **13** | M | D | C | A | B | D | A | B | B | C | D | C | D | B | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **14** | M | D | C | B | B | D | C | B | B | C | D | C | D | C | SI | D | NO | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **15** | F | D | C | A | B | D | A | B | B | C | D | C | D | C | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **16** | F | D | C | A | B | A | A | B | B | C | D | A | A | B | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | B | D | A | B |
| **17** | F | C | C | A | C | D | A | B | B | C | A | C | D | C | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **18** | F | D | A | A | B | A | A | B | B | B | A | C | D | B | NO | D | SI | SI | A | D | A | A | B | D | A | B |
| **19** | F | D | C | C | B | D | A | B | B | C | A | C | D | C | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **20** | F | D | C | A | B | A | C | B | A | C | D | C | A | C | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **21** | F | D | C | A | B | D | A | A | B | C | D | C | D | C | SI | D | NO | SI | A | D | B | B | C | D | C | B |
| **22** | F | A | C | C | C | C | C | B | B | B | D | B | A | C | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | C | B | A | B |
| **23** | F | D | C | A | B | D | A | D | B | C | C | A | D | B | SI | D | SI | SI | A | B | A | C | C | D | A | A |
| **24** | F | A | A | C | B | D | A | B | B | C | D | C | D | C | NO | D | SI | NO | A | D | B | A | B | D | C | B |
| **25** | F | D | C | A | C | D | A | B | A | C | D | C | D | C | SI | C | SI | NO | C | D | B | B | C | D | C | B |
| **26** | F | C | C | A | B | D | D | B | C | B | D | C | D | C | SI | D | NO | SI | A | C | B | C | C | C | A | A |
| **27** | F | D | D | A | B | D | A | B | B | C | D | C | A | C | SI | D | SI | SI | B | D | A | B | C | D | A | A |
| **28** | F | D | C | A | B | D | A | B | B | C | C | D | D | C | NO | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **29** | F | D | C | A | B | D | A | B | B | C | D | C | D | C | SI | D | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |
| **30** | F | D | C | A | B | D | C | B | B | C | D | C | D | C | SI | A | SI | SI | A | D | B | B | C | D | A | B |

Anexo 16. Fotografías

Niños y niña explorar el Cabri de manera espontanea

Con la exploración se familiarizan con las herramientas, polígonos, circunferencias , rectas, segmentos, paralelas y perpendiculares.

Los estudiantes de sexto grado de mayor edad (11-13 años) son más autónomos en el manejo de la tecnología. La mediación entre iguales favorece la comprensión de los cuadriláteros, independientemente del sexo.

El aprendizaje de los cuadriláteros con estrategias didácticas innovadoras , posibilita la interacción con la aplicación Cabri y los niveles de visualización y análisis

Anexo 17.

## RUBRICA PARA EVALUAR PRETEST[1]

El presente instrumento tiene como objetivo central reconocer las características del nivel de desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes de grado 6º, específicamente en el tema de cuadriláteros.

Para evaluar utilice la siguiente escala:
0: el ítem no pertenece a la dimensión de estudio
1: el ítem probablemente no pertenece a la dimensión de estudio
2: el ítem probablemente si pertenece a la dimensión de estudio
3: el ítem si pertenece a la dimensión de estudio

Dimensión de estudio: Nivel de desarrollo del pensamiento geométrico.

En el siguiente listado se ofrecen una serie de indicadores que evalúan y muestran el grado de desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes en el tema de cuadriláteros.

Valore de manera individual cada ítem para determinar si pertenece o no a la dimensión de estudio denominada "Nivel de desarrollo del pensamiento geométrico"; señale con una X la opción que considere más adecuada.

| | (0) No pertenece | (1) Probablemente no pertenece | (2) Probablemente si pertenece | (3) Si pertenece. | Items |
|---|---|---|---|---|---|
| Reconocimiento de cuadriláteros en polígonos convexos y cóncavos. | | | | | 2 |
| Reconocimientos de cuadriláteros en rompecabezas | | | | | 1 |
| Identificación de trapecios | | | | | 3 |
| Identificación de paralelogramos | | | | | 5,8 |
| Reconocimiento de rectángulos | | | | | 6,7,12,24 |
| Reconocimiento de ejes de simetría en un cuadrilátero. | | | | | 4,10 |
| Identificación de las propiedades de los cuadriláteros | | | | | 6,9,18 |
| Construye | | | | | 11,19,21,23,25 |

[1] Adaptado de Barraza (2007). La consulta a expertos como estrategia para la recolección de evidencias basadas en el contenido. Universidad de Durango. México.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| cuadriláteros a partir de pistas | | | | | |
| Transforma cuadriláteros | | | | | 14,15,17,22 |
| Dibuja cuadriláteros en el plano cartesiano | | | | | 13 |
| Identifica los ángulos en un cuadrilátero | | | | | 16 |
| Identifica trapezoides | | | | | 20 |

Anexo 18.

## RUBRICA PARA EVALUAR POSTEST[2]

El presente instrumento tiene como **objetivo determinar el avance en el nivel de desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes de grado 6º**, específicamente en el tema de cuadriláteros.

Para evaluar utilice la siguiente escala:
0: el ítem no pertenece a la dimensión de estudio
1: el ítem probablemente no pertenece a la dimensión de estudio
2: el ítem probablemente si pertenece a la dimensión de estudio
3: el ítem si pertenece a la dimensión de estudio

Dimensión de estudio: Nivel de desarrollo del pensamiento geométrico.

En el siguiente listado se ofrecen una serie de indicadores que evalúan y muestran el grado de desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes en el tema de cuadriláteros.

Valore de manera individual cada ítem para determinar si pertenece o no a la dimensión de estudio denominada "Nivel de desarrollo del pensamiento geométrico"; señale con una X la opción que considere más adecuada.

| | (0) No pertenece | (1) Probablemente no pertenece | (2) Probablemente si pertenece | (3) Si pertenece. | Items |
|---|---|---|---|---|---|
| Reconocimiento de cuadrados | | | | | 1,21 |
| Identificación de trapecios | | | | | 13 |
| Reconocimiento de ejes de simetría en un cuadrilátero. | | | | | 12 |
| Identificación de las propiedades de los cuadriláteros | | | | | 2,3,5,6,7,10,18, 24,25 |
| Construye cuadriláteros a partir de pistas | | | | | 16,17 |
| Transforma cuadriláteros | | | | | 8,11,20,22,23 |
| Dibuja | | | | | 4,14,16,17 |

[2] Adaptado de Barraza (2007). La consulta a expertos como estrategia para la recolección de evidencias basadas en el contenido. Universidad de Durango. México.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| cuadriláteros en el plano cartesiano | | | | | |
| Identifica ángulos en un cuadrilátero | | | | | 9 |
| Reconocimiento de figuras geométricas | | | | | 15 |
| Une triángulos para formar cuadriláteros | | | | | 19 |